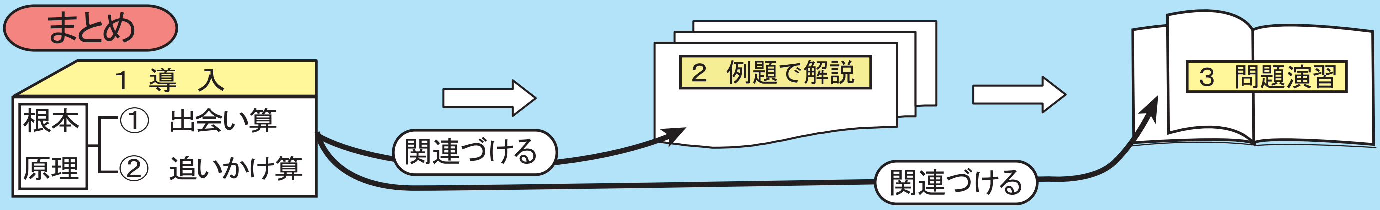
10章　旅人算　の「偏差値20アップ・指導法」

まとめ



※　このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

10.1 導入（旅人算の根本原理を指導）

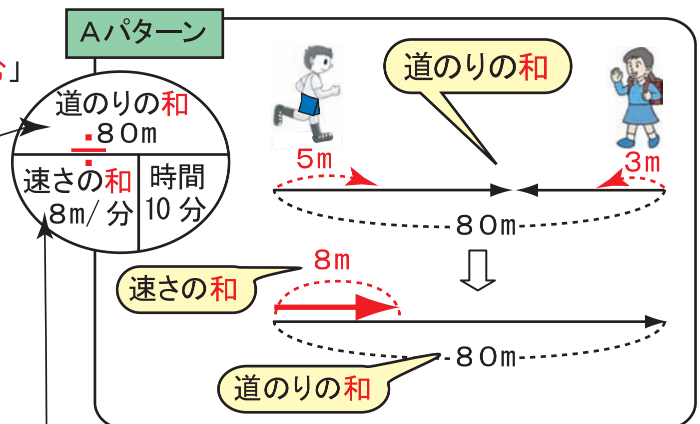
1　出会い算 … 2人が「反対方向」に進むケースであることを把握することが、20アップ・ノウハウ！

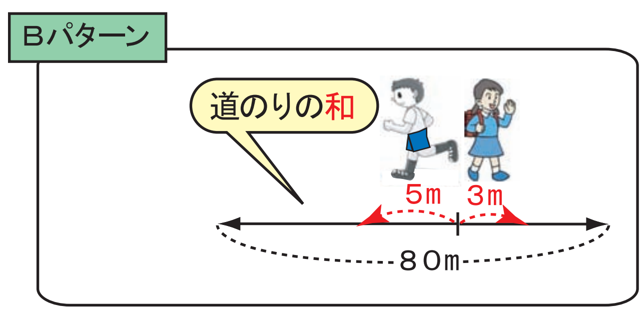
Aパターン　80m はなれたAB間を、太郎君は毎分5m でAから、花子さんは毎分3m でBから同時に向かい合って歩き出しました。2人が出会うのは出発してから何分後ですか。

Bパターン　太郎君は毎分5m で右へ、花子さんは毎分3m で左へ同時に同じ場所から反対方向に歩き出しました。2人が80m はなれるのは、出発してから何分後ですか。

【考え方】
- Aパターン も Bパターン も、「反対方向に進む」という意味で同じである。
- 「2人で合計80m ラインを引く」と考えると具体的で分かりやすい。
- 1分間だけ2人でラインを引くと、「速さの和」の8m 引けるから、80m 引くには、「80m の中に8m が何回あるか」を求めればよい。
- 2人が「反対方向に進む」ケースは、「道のりの和」と「速さの和」を考える。このような「旅人算」を「出会い算」と言う。

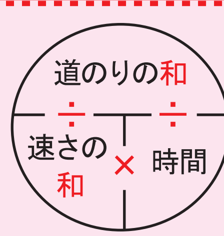
【解法】
- 2人が進む「道のりの和」は、
  80m … 「道のりの和」
- 1分間に2人で進む道のりの合計は、「速さの和」に等しいから、
  5 ＋ 3 ＝ 8m … 「速さの和」
- 【例1】も【例2】も、2人で合計80m 進む時間を求めればよいから、
  80 ÷ (5 ＋ 3) ＝ 10分





20アップ攻略法 ①▷ 出会い算　⇒　「道のりの和」÷「速さの和」！

① 出会い算 ⇒ 「道のりの和」÷「速さの和」＝「出会うまでの時間」
② 「反対方向」に進む問題なら ⇒ 出会い算
※　2人で一緒にラインを引くイメージで、「2人で合計何 m ラインを引いたか？」と考えるとよい。

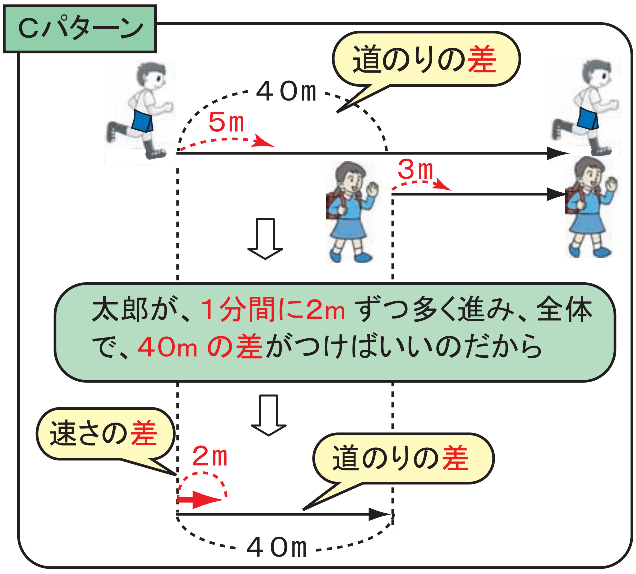


2 追いかけ算 … ２人が「同じ方向」に進むケースであることを把握することが、20アップ・ノウハウ！

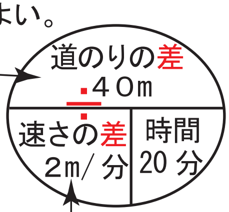
Cパターン	太郎君は毎分5m で、40m 前を毎分3m で歩いている花子さんを追いかけます。太郎君が花子さんに追いつくのは出発してから何分後ですか。
Dパターン	太郎君は毎分5m で、花子さんは毎分3m で右へ同時に同じ場所から同じ方向に歩き出しました。２人が40m はなれるのは、出発してから何分後ですか。

【考え方】

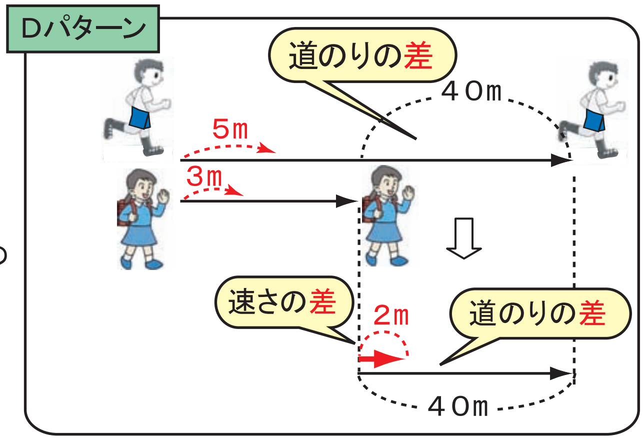
- 【例３】も【例４】も、「同じ方向に進む」という意味で同じである。
- ２人が「同じ方向に進む」ケースは、「道のりの差」と「速さの差」を考える。このような「旅人算」を「追いかけ算」と言う。
- 「太郎のほうが４０m 多くラインを引く」と考えると具体的で分かりやすい。
- 「１分間」では、太郎が花子よりも、「速さの差」の2m 多く引けるから、４０m 多く引くには、「４０m の中に2m が何回あるか」を求めればよい。



【解法】



- ２人が進む「道のりの差」は、
  ４０m … 「道のりの差」
- １分間に２人が進む道のりの差は、「速さの差」に等しいから、
  ５ － ３ ＝ 2m … 「速さの差」
- 【例３】も【例４】も、太郎が４０m 多く進む時間を求めればよいから、
  ４０ ÷ （ ５ － ３ ） ＝ ２０分

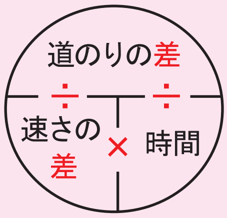


２０アップ攻略法 ② ▷ 追いかけ算 ⇒ 「道のりの差」÷「速さの差」！

① 追いかけ算 ⇒ 「道のりの差」÷「速さの差」＝「追いつくまでの時間」

② 「同じ方向」に進む問題なら ⇒ 追いかけ算

※ ２人で一緒にラインを引くイメージで、「一方が何 m 多くラインを引いたか？」と考えるとよい。



２０アップ攻略法 ③ ▷ 旅人算のまとめ

① 出会い算 ⇒ 反対方向 の問題 ⇒ 道のり・速さの「和」 を考える ⇒ 「道のりの和」÷「速さの和」

② 追いかけ算 ⇒ 同じ方向 の問題 ⇒ 道のり・速さの「差」 を考える ⇒ 「道のりの差」÷「速さの差」

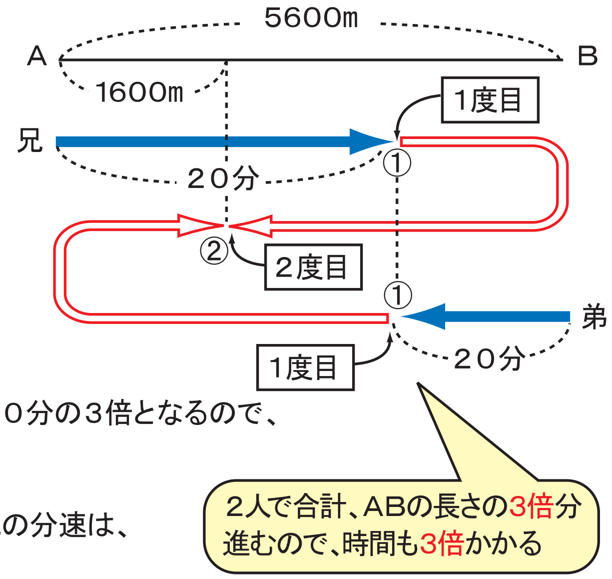
10.2 例 題（旅人算の根本原理を確認!）

例題1　出会い算　…　「道のりの和」と「速さの和」に着目　！

Ａ地とＢ地の間は5．6km あり、兄はＡ地を、弟はＢ地を出発して2人とも2つの地点を往復することにしました。2人は同時に出発して20分後にはじめて出会いました。また、2つの地点を折り返して、Ａ地から1．6km のところで、もういちど出会いました。2人の速さは、それぞれ毎分何 m ですか。

【考え方】

- 兄も弟も ➡ と ⇨ の「ラインを引く」と考えるとよい。
- １度目に出会うまでに、２人が２０分かけて進んだ道のりの合計は、ＡＢ間に等しく５６００ｍとなる。（ ⟶ と ⟵ の合計）
- ２度目に出会うまでには、２人で合計ＡＢの道のりの３倍進むことになる。（ ➡ と ⇨ の合計）
- したがって、２度目に出会うまでの時間も、１度目に出会うまで（２０分）の３倍となる。



【解き方】

- ２度目に出会うまでの時間は、１度目に出会うまでにかかった２０分の３倍となるので、
  ２０分　×　３　＝　６０分　…　２度目までにかかった時間
- ２度目に出会うまでに、兄が進んだ道のりは、
  ５６００ｍ　×　２　－　１６００ｍ　＝　９６００ｍ　　だから、兄の分速は、
  ９６００　÷　６０　＝　１６０ｍ　…　兄の分速
- ２度目に出会うまでに、弟が進んだ道のりは、
  ５６００ｍ　＋　１６００ｍ　＝　７２００ｍ　　だから、兄の分速は、
  ７２００　÷　６０　＝　１２０ｍ　…　弟の分速

例題2　追いかけ算　…　「道のりの差」と「速さの差」に着目　！

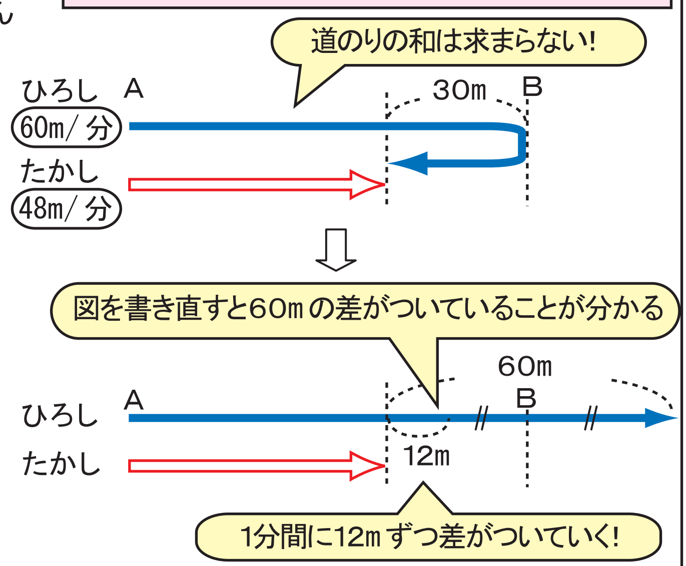
ひろし君とたかし君は、Ａ地とＢ地の間を往復します。2人はＡ地を同時に出発してＢ地に着いたらすぐ引き返しました。ひろし君はＢ地で折り返してから30m 進んだところでたかし君とすれちがいました。ひろし君、たかし君の歩く速さは、それぞれ毎分60m、毎分48m です。ひろし君がたかし君とすれちがったのは、Ａ地を出発してから何分後ですか。

【考え方】

- 図をかいてみると、見かけ上は「出会い」のように見えるが、「道のりの和」を求めることができない。
- 下の図のようにとらえると、ひろし君の方が６０ｍ多く進んでいるので、「道のりの差が求まる」。
- 「道のりの差」に着目する「追いかけ算」の「Ｄパターン」だということが分かる。
- 重要なことは、「道のりの差が求まる」から、道のりの差を利用する「追いかけ算」で解くということである。

２０アップ･ノウハウ

①「道のりの和が求まる」⇒「出会い算」⇒和 ÷ 和
②「道のりの差が求まる」⇒「追いかけ算」⇒差 ÷ 差



【解き方】

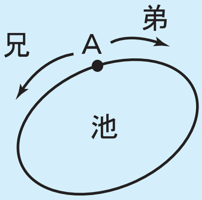
- ひろし君のほうが、たかし君より
  ３０ｍ　×　２　＝　６０ｍ　　多く進んでいる。
- 「１分間」で、ひろし君のほうが
  ６０　－　４８　＝　１２ｍ　　ずつ多く進むのだから、
  この「１２ｍが６０ｍの中に何回あるか」を考えればよい。
- したがって、
  ６０　÷（６０－４８）＝　５分後

例題3　池のまわりをまわる旅人算　…　「道のりの和」も「道のりの差」も「池の1周」であることに着目　！

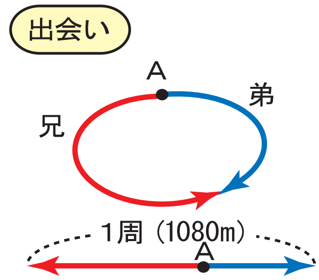
兄と弟が、池のまわりのA地点から反対方向に同時に歩き始めたところ、8分後に始めて出会いました。兄、弟の歩く速さはそれぞれ毎分75m、毎分60m です。

(1)　2回目に出会うのはA地点から何 m のところですか。短い方の道のりを答えなさい。

(2)　A地点から同時に同じ方向に歩き始めると、兄が弟をはじめて追いこすのは出発してから何分後ですか。



【考え方】● 「反対方向」に進み出会うときは、2人の「道のりの和」が「池の1周」となり、
● 「同じ方向」に進み追いこすときは、2人の「道のりの差」が「池の1周」となる。



【解き方】

(1)　●1回目に出会うまでに2人が歩いた「道のりの和」は、池の「 1周の長さ 」に等しい。

●つまり、池の「 1周の長さ 」は、1分間に2人で進む道のりの和（75＋60m）が8分ぶん集まった長さに等しいから、

（75 ＋ 60）× 8分 ＝ 1080m　…　池の1周の長さ

●1回目に出会ってから2回目に出会う場合も8分かかるから、2回目に出会うのは出発してから（8×2＝）16分後になる。　したがって、

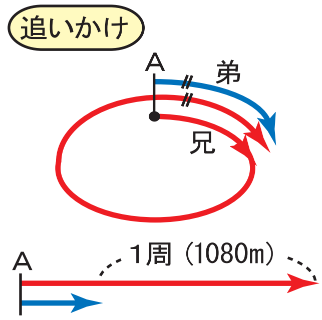
75 × 16 ＝ 1200m　…　兄が進んだ道のり

1200 － 1080 ＝ 120m　…　A地点からの道のり

(2)　●兄が弟を追いこすのは、兄が弟より1周多く進んだときだから、追いこすまでに2人が歩いた「道のりの差」は池の「 1周の長さ 」に等しい。

●つまり、池の「 1周の長さ（1080m）」は、1分間に2人で進んだ道のりの差（75ー60m）が集まった長さに等しいから、追いこすのは、

1080 ÷（75ー60）＝ 72分後

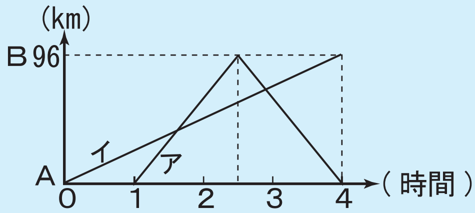


例題4　旅人算とグラフ　…　「出会い」と「追いこし」のグラフの形を覚えよう　！

A地とB地の間を2台の車ア、イが右のグラフのように走りました。

(1) 車アは出発してから何時間後に、車イを追いこしますか。

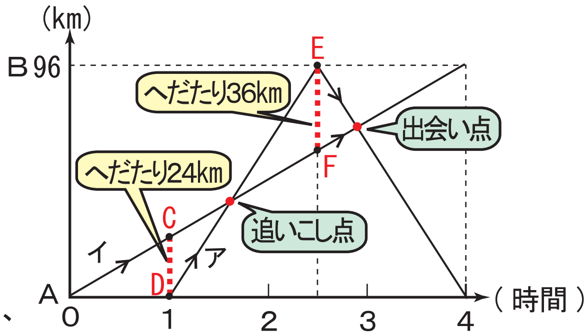
(2) 車イが、引き返してくる車アと出会ったのは、車イが出発してから何時間後ですか。



【考え方】

● 追いこしや出会いは、ダイヤグラム（進行グラフ）上では右図の「追いこし点」や「出会い点」として表される。

● 重要なことは、追いこしも出会いも「同じ時間の2人のへだたり」を「道のりの和や差」とすることである。右図でいうと、赤の点線CD、EFが「へだたり」であり、必ずたて軸と平行になる。



【解き方】

(1) ● アは、1．5時間で、イは4時間で、96km 進んでいるので、

アの時速は、　96 ÷ 1．5 ＝ 64km

イの時速は、　96 ÷ 4 ＝ 24km

● アが出発するときイと、 24×1＝24km はなれているから（2人のへだたり。グラフのCD）、

アがイに追いつくのは、　24 ÷（64ー24）＝ $\frac{3}{5}$ 時間後

(2) ● アがB地に着いたとき、アとイは、

96 － 24 × 2．5 ＝ 36km はなれている（2人のへだたり。グラフのEF）。

● アとイが出会うのは、　36 ÷（64＋24）＝ $\frac{9}{22}$ 時間後

だから、イが出発してから、　2．5 ＋ $\frac{9}{22}$ ＝ $2\frac{10}{11}$ 時間後

20アップ･ノウハウ

同じ時刻の「へだたり」はグラフ上では、タテ軸と平行である。