

## 8.1 導入（比の性質の根本原理を指導）

- **比の問題が苦手となる理由** … 「比で問われること」は、以下に示す①「連比」、②「比例配分」、③「逆比」の3パターンにすぎません。ほとんどの子は、これらの1つ1つは分かっているものと思います。しかしやみくもに問題を解いているだけなので、実際の問題で、これらの3つが組み合わせられて聞かれているということを知りません。このため少し形が変わると混乱してしまうのです。  
⇒ ①「連比」、②「比例配分」、③「逆比」がどのように聞かれるか意識しながら問題に当たしましょう！

### 1 連比…「連比」の意味を具体的にイメージさせることが、20アップ・ノウハウ！

「導入」ではポイントを具体的に理解させるため、これくらい簡単な例でかまいません！

【例1】 お父さんと太郎君の年齢の比は7 : 2、太郎君の年齢とお母さんの年齢は3 : 8です。このとき、お父さんとお母さんの年齢の比を求めなさい。

#### 20アップ攻略法 ① ▶ 「連比」⇒ 同じものなのに2種類の比で表しているものを探そう！

- 同じ太郎君なのに、「2」と「3」の2種類の比で表されている ⇒ これが「連比の問題」の特徴。
- そこで、この2種類の比「2」と「3」を、最小公倍数である「6」に直す。  
⇒ 「連比」を利用される問題は、この構造が形を変えて問われるに過ぎないことを覚えること。

【解法】 太郎君の比「2」と「3」を、1種類にそろえるため、右の表のように、最小公倍数「6」にそろえると、  
父 : 太郎 : 母 = 21 : 6 : 16 になる。  
したがって、  
父 : 母 = 21 : 16

### 2 比例配分 … ①あたりの量を図形を利用して具体的にイメージさせることが、20アップ・ノウハウ！

【例2】 3600円を兄と弟で5 : 4になるように分けました。兄がもらった金額はいくらですか。

#### 20アップ攻略法 ② ▶ 「比例配分」⇒ まずは「①個あたりの量」を具体的に捉える！

- 「金額」など身近なものに例えて、はじめに具体量で学習させることが後々楽をするコツとなる！
- 「1個あたりの量」を求めさせて ⇒ 「〇個あたりの量」を求めさせる問題に慣れさせる。

【考え方】

「比の問題」は5 : 4など抽象的な数で聞かれるため、子供はイメージしにくく、苦手意識を持ちやすい。そこで、兄に5箱分、弟に4箱分に分け、全体で9箱などと具体量に例えて考えさせるのがコツ。

【解法】

兄に5箱分、弟に4箱分となるように分けると、全体で9箱になる。そこで、1箱の値段は、  
 $3600円 \div 9 = 400円$  … ①箱あたりの量  
したがって、⑤箱もらった兄の金額は、  
 $400円 \times ⑤箱 = \underline{\underline{2000円}}$

**20アップ攻略法 ③** ▶ 「逆比」⇒「面積一定」のケースと理解し、具体的に捉える!

- ① 「面積一定」の場合 ⇒ 逆比 となる。と具体的に画像イメージとして捉えさせることがコツ!  
 ⇒ 「 $A \times \bigcirc = B \times \square = 1$ 」で「逆比」を指導する方法もあるが、子供はピンとこない場合が多い。  
 ⇒ 「逆比」を「面積一定」と捉えると ⇒ 「速さと比」、「水そう」、「濃度」、「平均算」、「面積と比」  
 など様々なテーマの問題で利用できる。
- ② 「 $A \times \bigcirc = B \times \square$ 」の形ができれば ⇒ 逆比 となり ⇒  $A : B$  の比が求まる。
- ③ 「 $A \times \bigcirc + B \times \square = A \times \triangle + B \times \star$ 」の形も ⇒ 逆比 となり ⇒  $A : B$  の比が求まる。

【例3】 Aの $\frac{2}{3}$ 倍とBの $\frac{3}{4}$ 倍が等しいとき、A : Bの比を求めなさい。

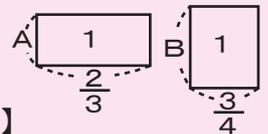
【考え方】

$A \times \frac{2}{3} = B \times \frac{3}{4}$  とかけるから、ここで、AとBをたて、 $\frac{2}{3}$ と $\frac{3}{4}$ をよこの長さとして捉えると、右の「面積一定」の面積図となる。

【解法】

右図より、(たての比)である A : Bはよこの比の「逆比」となるから、  
 $A : B = (1 \div \frac{2}{3}) : (1 \div \frac{3}{4}) = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \underline{\underline{9 : 8}}$

20アップ・ノウハウ



【面積一定】  
 ⇒(よこの比)と(たての比)は「逆比」

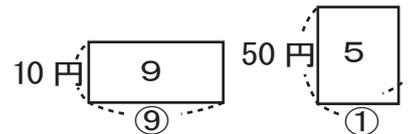
20アップ・ノウハウ

$A \times \bigcirc = B \times \square$   
 ⇒ A : B が求まる。

【例4】 10円玉と50円玉があわせて500枚あり、金額の比は9 : 5です。10円玉は全部で何円ありますか。

【考え方】

10円、50円をたて、枚数をよこととらえると、金額は右図のように、長方形の面積で表せる。



【解法】

右図より、枚数の比は、よこの比となるから、  
 (枚数の比) =  $(9 \div 10円) : (5 \div 50円) = \textcircled{9} : \textcircled{1} \Rightarrow$  合計の $\textcircled{10}$ が500枚  
 $500枚 \div \textcircled{10} = 50枚 \dots \textcircled{1}$   
 10円玉の枚数の比は $\textcircled{9}$ だから、  
 $50枚 \times \textcircled{9} = 450枚$   
 $10円 \times 450枚 = \underline{\underline{4500円}}$

20アップ・ノウハウ

10円玉の問題は  
 ⇒ 「面積図」で解く

## 8.2 例題 (比の性質の根本原理を例題で確認)

- ①「連比」、②「比例配分」、③「逆比」がどのように聞かれるか意識しながら問題に当たしましょう！

### 例題1 連比 ⇒ 比例配分

500個のみかんをA, B, Cの3人に次のように分けました。AとBは2 : 3、CはBより20個多くなりました。それぞれの分け前はいくつですか。

#### 【考え方】

A : B : Cの「連比」を求めるためには、20個が余分である。この20個をCからと全体の500個から取り除くことが重要。

#### 【解法】

Cから20個とりのぞくと、BとCは等しくなり、全体の個数も  
 $500 - 20 = 480$ 個 となる  
 つまり、A : B = 2 : 3、B : C = 1 : 1となり合計で480個となるから、右図より、

$$A : B : C = ② : ③ : ③ \Rightarrow \text{合計} ⑧ = 480 \text{個}$$

$$① = 480 \div ⑧ = 60 \text{個} \dots ① \text{にあたる量}$$

したがって

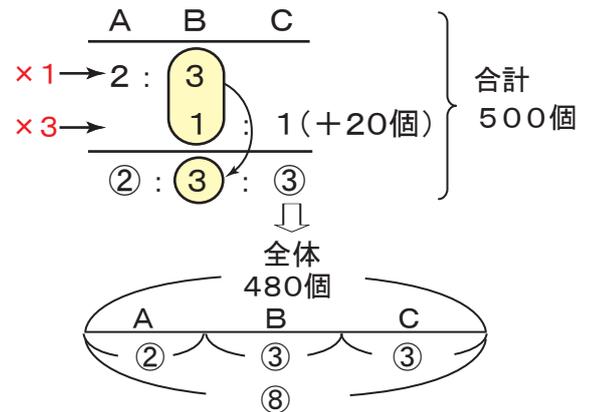
$$\begin{cases} A = 60 \text{個} \times ② = \underline{\underline{120 \text{個}}} \\ B = 60 \text{個} \times ③ = \underline{\underline{180 \text{個}}} \\ C = 180 \text{個} + 20 \text{個} = \underline{\underline{200 \text{個}}} \end{cases}$$

#### 20アップ・ノウハウ

$$A \times \bigcirc = B \times \square$$

⇒ A : B が求まる。

⇒ そのため20個などの余分なものはのぞいておく



### 例題2 逆比 ⇒ 比例配分

池に、長さの違いが72cmの2本のぼうA, Bをまっすぐに立てたところ、Aはその $\frac{3}{4}$ 、Bはその $\frac{3}{5}$ が水面の上に出ました。池の深さは何cmですか。

#### 【考え方】

- ① 水中に入っている長さは等しい。
- ② 水中に入っているAの長さは  $\dots A \times (1 - \frac{3}{4}) = A \times \frac{1}{4}$
- ③ 水中に入っているBの長さは  $\dots B \times (1 - \frac{3}{5}) = B \times \frac{2}{5}$   
これが等しい。

#### 【解法】

- AもBも水中に入っている部分が等しいので、  
 $A \times \frac{1}{4} = B \times \frac{2}{5}$  となる。
- この形ができたなら、A : Bが逆比の形で求まるので、  
 $A : B = (1 \div \frac{1}{4}) : (1 \div \frac{2}{5}) = \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = ⑧ : ⑤$
- AとBの長さの比の差  $⑧ - ⑤ = ③$  が72cmだから、  
 $72 \div ③ = 24 \text{cm} \dots ① \text{にあたる長さ}$
- よって、Aの長さは⑧だから、  
 $A = 24 \text{cm} \times ⑧ = 192 \text{cm}$
- 池の深さは、「Aの $\frac{1}{4}$ 」だから、  
 $192 \text{cm} \times \frac{1}{4} = \underline{\underline{48 \text{cm}}}$

#### 20アップ・ノウハウ

- ① 水中に入っている部分が等しい
- ②  $A \times \bigcirc = B \times \square$ の形ができる
- ③ A : B が求まる。

