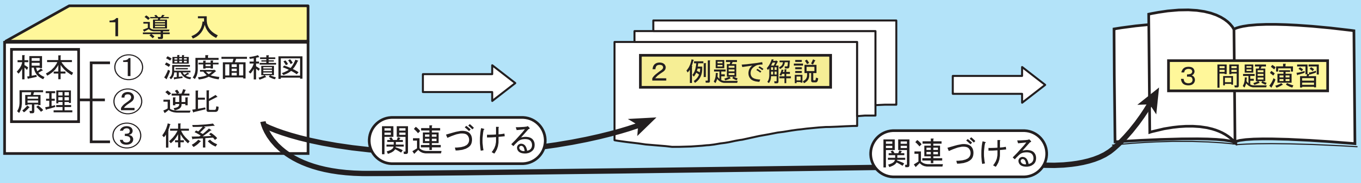
1章　濃度 の「偏差値20アップ・指導法」

まとめ



※ このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

● できる限り、 下の「導入」から指導しましょう！！　塾で効果が上がらないから家庭教師を頼むのです。時間がないからと言って、 塾のように1問1問の解説だけをしても成績はなかなか上がりません。

1. 1　導入（濃度の根本原理を指導）

● 濃度の根本原理は→ 1「濃度面積図の使い方」2「逆比の理解」3「濃度の体系の理解」です。この原理をしっかりマスターして、これらの原理が 1 問 1 問でどのような形で問われるのか確認しながら問題演習させましょう！

1　濃度面積図　…「塩の面積図」の上に、「水の面積図」を乗せるところが、20アップ・ノウハウ

● 一般的な食塩水の考え方　… 通常の塾では、次の「食塩の３公式」を覚えさせるが…

① 食塩水の濃さ（濃度）	＝	食塩の重さ ÷ 食塩水の重さ	（第1用法）
② 食塩の重さ	＝	食塩水の重さ × 食塩水の濃度	（第2用法）
③ 食塩水の重さ	＝	食塩の重さ ÷ 食塩水の濃度	（第3用法）

⇩ これでは、 なかなか覚えられないし、 面白くないから。

２０アップ攻略法 ① ▷ 塩の面積図の上に、水の面積図を乗せるところが当会オリジナル！

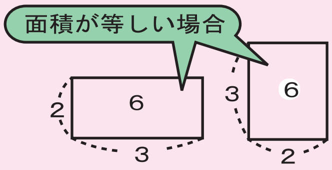
（1） 食塩20g を80g の水にとかした食塩水を、下の図①のように、塩の面積図の上に、水の面積図を書きます。
（2） 実際使うデータは食塩の面積図だけでいいから、図②③のように省略して書くことができます。
（ただし、「水が一定の問題」の時などの場合は、水の面積図が使えるので、ここまで把握しておくと良い。）

※ 濃度は割合の一種である。てんびん図・ビーカー図でも良いが、これらは割合を表現しにくいので、ここでは面積図の解法をとる。面積図だと割合を表現でき応用にきく。

2 逆 比 … 平均算・濃度・水そう・速さ・図形など、様々な問題で問われる重要な原則！

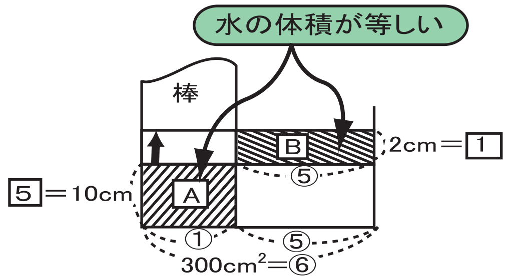
２０アップ攻略法 ② ▷ （面積が等しい）とき→（たての比）と（よこの比）は 逆比！

右の長方形のように、
面積が等しい場合 → （たての比）と（横の比）は、逆比になる。
（たての比）＝２：３ （横の比）＝３：２ と逆比になっている。
※ これが、**平均算**・**濃度**・**水そう**・**速さと比** など、実に多くの文章題で問われている。ここでまとめて、教えておくと、子供の頭に定着しやすい。



【水そうの容積の例題】
底面積300cm^2 の容器に、はじめ10cm の水が入っていました。そこへある底面積の棒を沈めたら、水の深さは12cm になりました。棒の底面積は何 cm^2 ですか。

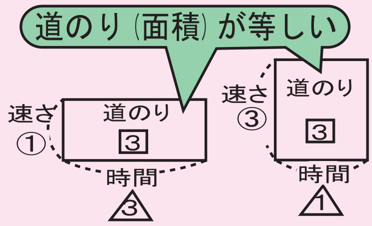
簡単な解説 問題の条件を右図の体積図に表すと、
A の水の体積と、B の水の体積は等しいから、
体積が等しい場合→ 高さの比 と 底面積の比 は 逆比 になるから
（たての比）＝10cm：2cm＝ 5 ： 1 より、
（底面積の比）＝（よこの比）＝①:⑤
300cm^2＝⑥
したがって、 300÷⑥×①＝50cm^2 … 棒の底面積



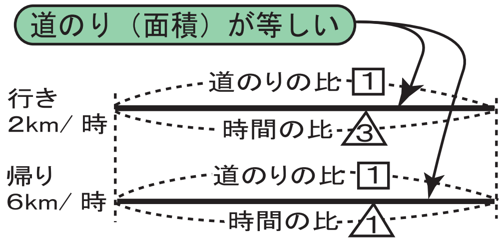
【速さと比の例題】
A 君は、ある山のふもとから山頂まで往復し、行きは毎時2Km で上り、帰りは毎時6Km で下ったところ、全部で4時間かかりました。この山のふもとから山頂までの道のりは何 Km ですか。

２０アップ攻略法 ③ ▷ （道のりが等しい）とき→（速さの比）と（時間の比）は 逆比！

右の図のように、速さを面積図で表すと、
速さ（たて）×時間（横）＝道のり（面積）と表せるから、
道のりが等しい 場合→ 速さの比 と 時間の比 は 逆比 になる。



簡単な解説 上りも下りも、
道のりは等しいので→（速さの比）と（時間の比）は逆比となる。
（速さの比）＝（毎時2Km）：（毎時6Km）＝ ① ： ③ だから、
（時間の比）＝ △3 ： △1 となる。 したがって、
（帰りの時間）＝△1 ＝1時間となるから、
（帰りの道のり）＝6km/ 時 ×1時間＝6km

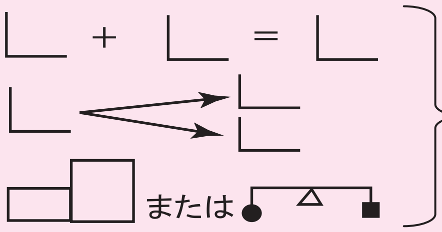


3 濃度の全体像（体系） … 最後に、全体像を指導すると頭の中でまとまりができ、記憶しやすくなる！

２０アップ攻略法 ② ▷ 濃度が問われる場合は、次の３ケースしかない！

濃度の問題は、次の【1】面積図の式を立てる解法【2】面積図の流れ図を書く方法【3】平均算の面積図を書く方法の3つの解法でほとんど解けることを知る。難しい問題もこの【1】～【3】の組み合わせにすぎない。

【ケース1】面積図の式
【ケース2】面積図の流れ図
【ケース3】平均算の面積図



左の3つの方法で、偏差値70までの、ほぼ全ての問題が解けます。
難しい問題でも、この3つの方法を組み合わせているにすぎません。
あとは、この組み合わせ方を問題演習を通じて１問１問確認しながら学習してください。

※ 以上で、導入が終わりです。導入には余分な時間が必要になりますが、後々の問題演習が効率的に学習でき、逆に全体として時間が短縮でき、結果として、１年で偏差値２０くらい上がるものなのです。

1．2 例 題（例題で根本原理を確認）

1．1の導入で学習した根本原則（①面積図、②逆比、③体系）が実際の問題でどのように問われているのかを、1．1の【ケース1】～【ケース2】の典型例題で確認することが偏差値20アップノウハウでは重要です。

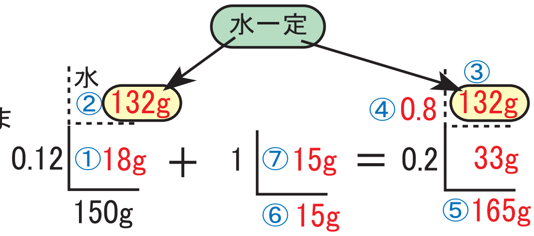
例題 1

【ケース1の例題】《 面積図の式で解けるケース 》

濃さが12%の食塩水が150gあります。この食塩水に食塩を加えて、濃さが20%の食塩水にするには、何gの食塩を加えるとよいですか。

【ポイント】水が一定であることを利用
①～⑦の順に解けばよい。

① 0.12×150=18g … はじめの食塩
②③ 150−18=132g … はじめの水のまま
④ 1−0.2=0.8 … 最終的な水の割合
⑤ 132÷0.8=165g … 最終的な全体量
⑥⑦ 165−150=15g … 加えた食塩



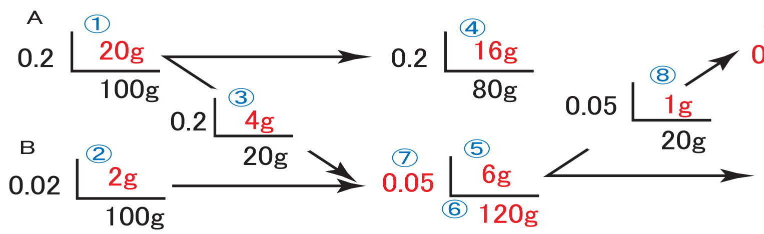
20アップ·ノウハウ

従来の塾の解説方法によると、「水が一定」を暗記させていたが、左のように水の面積図を乗せると、水が一定だということが目で見て分かる。このイメージづけが「20アップ指導法」です。

例題 2

【ケース2の例題】《 面積図の流れ図で解けるケース 》

容器Aには20%の食塩水100gが、容器Bには2%の食塩水100gが入っています。今、容器AからBへ20g移し、次にBからAへ20g移すとAの食塩水は何%になりますか。



① 100×0.2= 20g …はじめのAの食塩
② 100×0.02= 2g …はじめのBの食塩
③ 20×0.2= 4g …AからBへの食塩
④ 20−4= 16g …Aに残った食塩
⑤ 4+2= 6g …新しいBの中の食塩
⑥ 100+20= 120g …新しいBの食塩水
⑦ 6÷120= 0.05 …新しいBの濃度
⑧ 20×0.05= 1g …BからAへの食塩
⑨ 16+1= 17g …新しいAの食塩
⑩ 80+20= 100g …新しいAの食塩水
⑪ 17÷100= 0.17 …新しいAの濃度

20アップ·ノウハウ

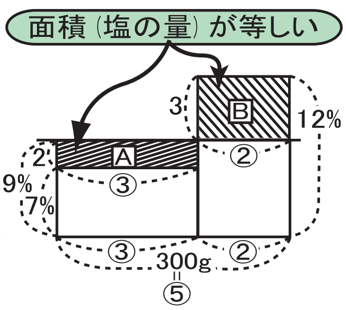
ケース1のように面積図の式では描けないことを意識させる。また、勉強勉強せず、パズルのようにゲーム性を持たせて、楽しませることが重要。中学受験の算数を数学のように学問とはとらえず、「工夫する遊び」あるいは「文系科目」と捉え、塾で教わった解き方でも良いし、この解き方でもよく、工夫することの楽しさを指導すべきです。この考え方が小学生に受け入れられやすく、ひいては「20アップ指導法」となる。

例題 3

【ケース3の例題】《 平均算の面積図で解けるケース 》

7%の食塩水Agと、12%の食塩水Bgを混ぜると、9%の食塩水が300gできます。7%と12%の食塩水は、それぞれ何gずつ混ぜましたか。

① 右の図で、長方形Bの塩が長方形Aに移るから、
 AとBの塩の量は等しい（面積が等しい）。
③ 面積が等しい場合→横の比とたての比は逆比
 となるから、
④ 長方形AとBにおいて、
 （たての比）=（9%−7%）:（12%−9%）=2：3より、
 （横の比）=③ ： ② と逆比になる。 このため、
 300g=⑤と分かる。
⑤ 300÷⑤=60gより、60g=①となるから、
⑥ A=60×③=$\boxed{180g}$ B=60×②=$\boxed{120g}$

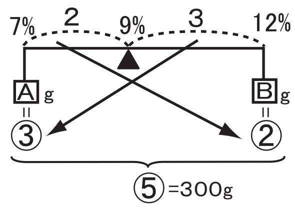


20アップ·ノウハウ

「A%とB%を混ぜるとC%になる」という問題で、食塩水の量が一箇所（300g）しか分かっていない問題の場合、【ケース1、2】では解けません。そこで、右図のように、平均算のように、面積図を横にくっつけた図を書いて、「平均算」を利用して解きます。

【別解】（てんびん図を利用）

（てんびんの腕の長さの比）=（9−7）:（12−9）=2：3より
（AとBの重さの比は）=③:②の逆比になる。
したがって、300÷60g … ①（あとは、上の解答と同じ）



20アップ·ノウハウ

「てんびん図」の解法は、最近若い先生の間ではやっているが、割合を表現できないので、応用に弱い。しかし、パターンにはまれば短時間で解けるので、テスト用に覚えておくと良いでしょう。

★　例題1～例題3までの基本的な例題をしっかり理解できた人は、次の応用例題4にチャレンジしてみよう！

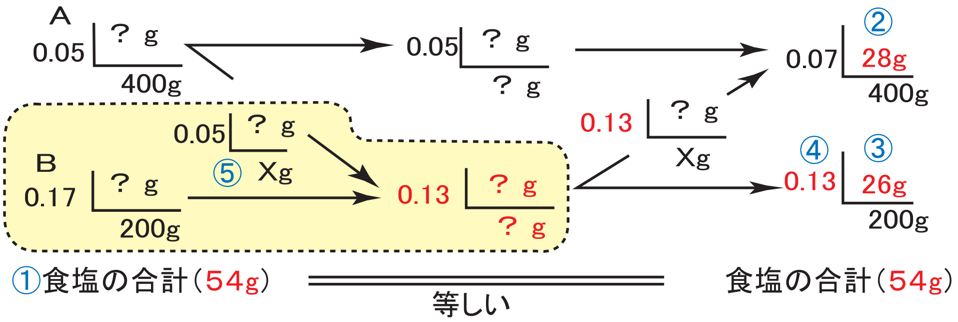
例題4

Aの容器には5%の食塩水が400g、Bの容器には17%の食塩水が200g 入っています。いま、Aの容器から何 g かの食塩水を容器Bに移しました。その後、Bの容器から、Aから移されたのと同じだけの食塩水を容器Aに移したところ、容器Aの食塩水の濃さは7%になりました。これについて次の問いに答えなさい。
（1）　Bの容器の食塩水の濃さは何%になりましたか。
（2）　Aの容器からBの容器に移した食塩水の重さは何 g ですか。

● 【例題2】とどこが違うか分かりますか。【例題2】はAからBへ食塩水が20g 移動すると分かっているのに対して、【例題4】はAからBへ何 g 移すか分かっていません。そのため、「面積図の流れ図」を使うにしても、やりとりの順番通りには解けません。まず、ここをしっかり理解しましょう。

解き方

（1）【まず、面積図の流れ図を描いて条件を整理する】…①～⑤の順に解きます



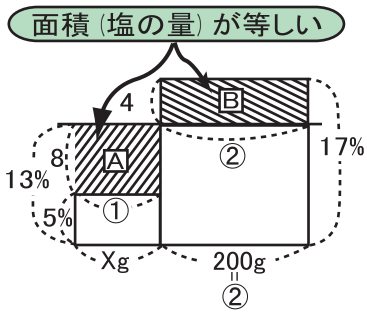
２０アップ･ノウハウ
左の図のように、AからBまで移す重さが分からない問題は、？ばかりとなる。そこで、塩の合計量が変わらないことに着目する。

AからBへXg 移し、BからAへXg 戻しているから、全体としては、食塩の重さの合計は変わらないことに注目します。
① 400×0. 05＋200×0. 17＝54g … 食塩の重さの合計
やりとりの後の容器Aの食塩水は元の量400g と同じだから、その容器Aにふくまれる食塩の重さは、
② 400×0. 07＝28g　　ですから、容器Bにふくまれる食塩は、
③ 54－28＝26g　　よって、そのBの濃さは、
④ 26÷200＝0. 13 → 13% … やりとり後の容器Bの濃さ

２０アップ･ノウハウ
全体として、食塩水自体が増えていないのだから、食塩も増えず、54g のままとなる。

２０アップ･ノウハウ
13%の食塩水をAに移すものと、そのまま残すものに分けただけだから、13%のままとなることに注意。

（2）【平均算の面積図を描いて解く】
やりとり後の容器Bの濃さが13%ということは、その前の、AからBに移した後のBの濃さも13%ということである。
点線で囲まれた（点線部）の部分に着目すると、「5%をXg と ＋ 17%を200g を混ぜて13%が？ g できた」ことが分かります。よって、これを面積図で表すと右の図となる。
⑤ AとBの面積は等しいから、
（たての比）＝（13−5）：（17−13）＝8：4＝2：1より
（横の比）＝①：② と逆比になる
200g＝② だから、①＝100g … Xg



２０アップ･ノウハウ
5%、17%、13%と、濃さが3つとも分かっていて、重さが 200g の一箇所しか分からない問題は、平均算の面積図で解く。

※ 以上で「例題の解説」は終わりです。ここまで理解しただけでは、実力はつきません。この後、ここで学んだ「濃度の根本原則」を完全にマスターできるまで、問題演習をして下さい。その際、学習した【ケース1】～【ケース3】のどのケースの問題かを1問 1 問確認しながら問題演習してください。確認しながら学習しなければなかなか実力はつきませんので、注意してください。