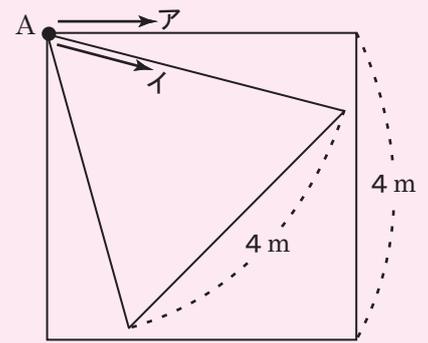


女子学院中 — 注目問題 詳細解説 (その2) — 2006年[平成18年]

第四問 (2) 2点の移動と数の性質・規則性 ⇒ 確実に解けなければならない問題 (偏差値60)

右図のような、1辺4mの正方形と正三角形を組み合わせた図形があります。点ア、イはAの位置を同時に出発して、点アは正方形の辺の上を、点イは正三角形の辺の上を回り続けます。点アは秒速3mで進み、出発と同時に3秒間赤い光がつき、次の2秒間は消え、その後、この光のつき方をくり返します。点イは秒速5mで進み、出発して1秒たつと次の2秒間青い光がつき、その後、この光のつき方をくり返します。点ア・イが出発してからAの位置に初めて同時に着くのは 秒後です。点イが15周してAの位置に着いたとき、点アの赤い光は、 [消えています・消えるところです・ついています・つくところです]。点ア・イが出発してから、赤と青の光が初めて同時につき始めるのは 秒後で、その後 秒ごとに赤と青の光は同時につき始めます。



根本原理 「図形上の点の移動」 ⇒ 周期が「最小公倍数」になる場合が多い！

図形上の2点の移動は、それぞれの周期の「最小公倍数」に着目させる場合が多い。光がついたり消えたりする問題では、「最小公倍数」などの決まった周期まで、書き出して調べるのが原則。

攻略法 「Aに戻る周期」と「点滅の周期」の2種類の周期をとらえて解け！

「点アとイがAに戻ってくるまでの周期」と「赤と青の光が同時につく周期」という異なった2種類の周期の両方ともを丁寧に調べて解くことがポイント。丁寧に調べていけば、それほど難しい問題ではない。

解き方 「道のり一定」と「時間一定」をイメージ(映像)として覚えろ！

(1) 点アと点イがAの位置に戻るまでの周期を調べると、

$$\text{アは} \Rightarrow 4\text{m} \times 4 \div 3 = \frac{16}{3} \text{ 秒ごとにAに戻り、}$$

$$\text{イは} \Rightarrow 4\text{m} \times 3 \div 5 = \frac{12}{5} \text{ 秒ごとにAに戻る。}$$

《 $\frac{16}{3}$ と $\frac{12}{5}$ の最小公倍数》を求めると、分母を通分して考えると、

《 $\frac{80}{15}$ と $\frac{36}{15}$ の最小公倍数》を求めればよいから、

分子の最小公倍数は、 $4 \times 20 \times 9 = 720$ より、

$$\frac{720}{15} = 48 \text{ 秒後に同時にAにつく。} \dots \text{ }$$

ここが合否の分かれ目！！
分数の最小公倍数は、分母を通分して、分子だけで最小公倍数を求めればよい。

$$\begin{array}{r} 4 \) \ 80 \ , \ 36 \\ \underline{20 \ , \ 9} \end{array}$$

(2) アが5秒周期ではじめの状態に戻り、イは、3秒周期ではじめの状態に戻るから、アとイがともにはじめの状態に戻るのは、右の表のように3と5の最小公倍数の15秒後である。

次に、点イが15周したときは、

$$\frac{12}{5} \times 15 = 36 \text{ 秒後 だから、}$$

このときアとイが同時にはじめの状態に戻る周期 (15秒) で割ると、

$$36 \div 15 = 2 \text{ 周期 残り 6 秒後} \Rightarrow \text{これより、アはついていることが分かる。} \dots \text{ }$$

また、アとイが出発してから、赤と青の光が同時につき始めるのは、右上の表より、

$$10 \text{ 秒後} \dots \text{ } \text{ で、その後赤と青の光が同時につき始めるのは、}$$

$$1 \text{ 周期後の } 15 \text{ 秒後である。} \dots \text{ }$$

