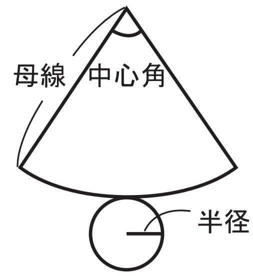
立体図形　ポイント①　－円すいの 5 公式

(1)


中学入試で必要な円すいの公式は以下の5つ

(1)円すいの展開図において……母線 ： 半径 = 360° ： 中心角

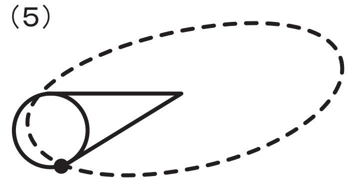
または $\dfrac{半径}{母線} = \dfrac{中心角}{360°}$

(2)円すいの側面積 = 母線 × 半径 ×3.14

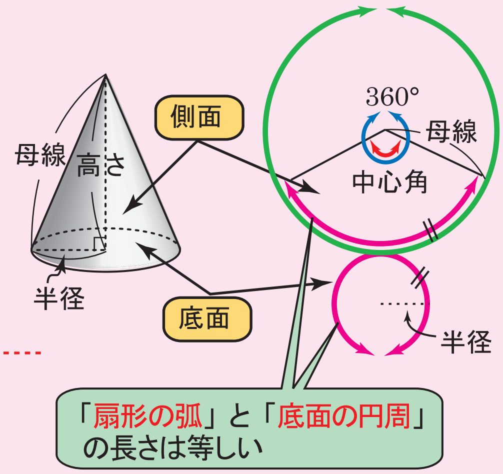
(3)円すいの表面積 =(母線＋半径)× 半径 ×3.14

(4)円すいの体積 = 底面積 × 高さ × $\dfrac{1}{3}$

(5)円すいの転がりにおいて……母線 ÷ 半径 = 回転数

(5)


【解説図】



1 ［円すいの中心角］の公式 … $\boxed{\dfrac{中心角}{360°} = \dfrac{半径}{母線}}$

【公式の説明】← 問われることもあるので、しっかり理解すること！

$\dfrac{中心角}{360°} = \left(\dfrac{全体\ 360°に対する}{中心角の割合}\right) = \left(\dfrac{扇形の円周に対する}{扇形の弧の割合}\right)$

$= \left(\dfrac{扇形の円周に対する}{底面の円周の割合}\right) = \left(\dfrac{半径 \times \cancel{2} \times \cancel{3.14}}{母線 \times \cancel{2} \times \cancel{3.14}}\right) = \dfrac{半径}{母線}$

2 ［円すいの側面積］の公式 … $\boxed{母線 \times 半径 \times 3.14}$

【公式の説明】← 問われることもあるので、しっかり理解すること！

$側面積 = 母線 \times 母線 \times 3.14 \times \dfrac{中心角}{360°} = \cancel{母線} \times 母線 \times 3.14 \times \dfrac{半径}{\cancel{母線}} = 母線 \times 半径 \times 3.14$

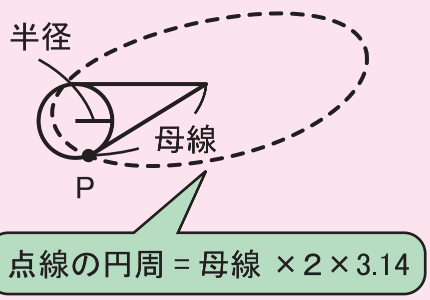
3 ［円すいの表面積］の公式 … $\boxed{(母線＋半径) \times 半径 \times 3.14}$

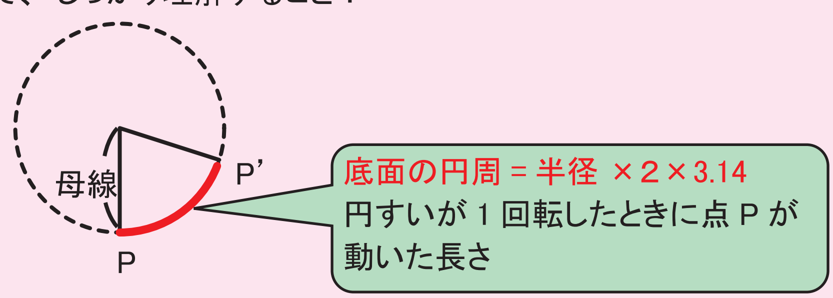
【公式の説明】←問われることもあるので、しっかり理解すること！

表面積 ＝ 側面積 ＋ 底面積
＝ 母線 × 半径 ×3.14 ＋ 半径 × 半径 ×3.14
＝(母線＋半径) × 半径 ×3.14

4 ［円すいの回転数］の公式 … $\boxed{母線 \div 半径}$

【公式の説明】←問われることもあるので、しっかり理解すること！





よって、 点 P がもとの位置にもどるまで円すいは何回転するか？

$点線の円周 \div 底面の円周 = \dfrac{母線 \times \cancel{2} \times \cancel{3.14}}{半径 \times \cancel{2} \times \cancel{3.14}} = \dfrac{母線}{半径} = 母線 \div 半径$

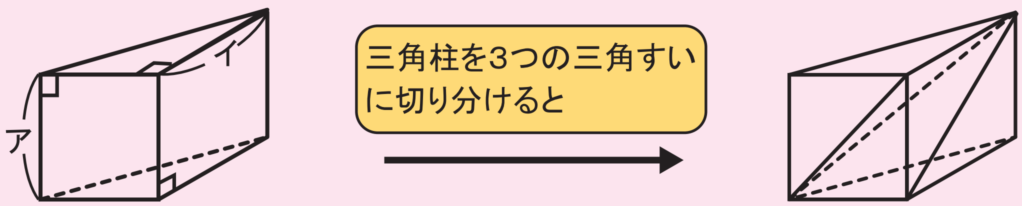
5 ［円すいの体積］の公式 … 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

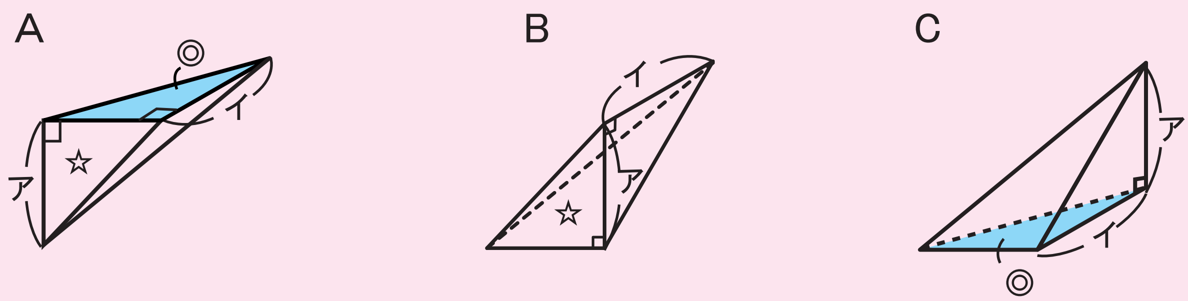
【公式の説明】←問われることもあるので、しっかり理解すること！

円すいに限らず、すい体の体積はすべて「底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$」で求められる。

「底面積 × 高さ」は柱体の体積なので、すい体の体積は底面積と高さが等しい柱体の体積の $\frac{1}{3}$ ということになる。

これを三角すいと三角柱を例にして説明しよう。





AとBは 底面積☆・高さイ の三角すいなので、体積は等しい。

AとCは 底面積◎・高さア の三角すいなので、体積は等しい。

つまり、A・B・Cは体積が等しい3つの三角すいであり、それぞれの体積はもとの三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ になる。

立体図形　ポイント②　－円すいのひものまきつけ

円すいにひもを最短でまきつけたときは

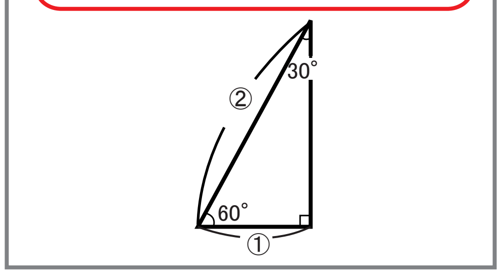
（1）展開図を書いて考える

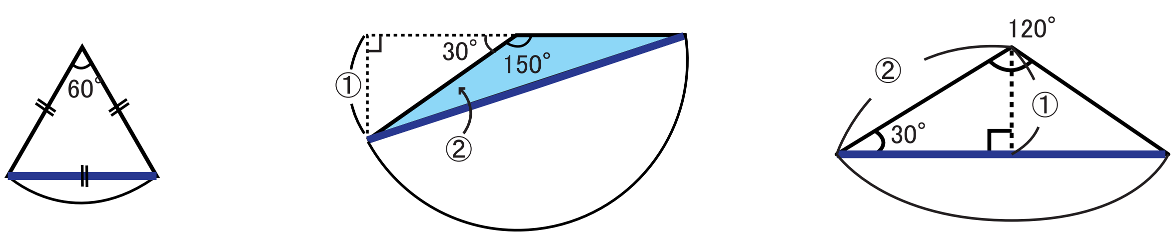
（2）展開図でひもは直線になる

（3）30°・60°・90° の直角三角形 を利用することが多い。

平面図形 ポイント⑫

30°・60°・90° の直角三角形





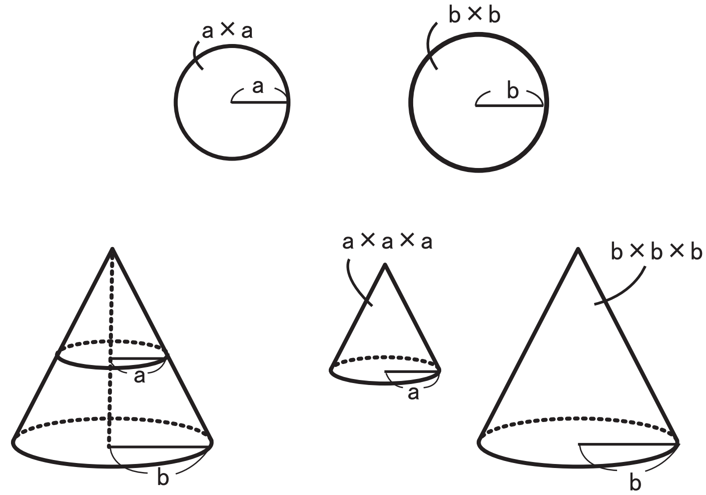
立体図形　ポイント③　－相似な立体

2つの相似な図形において

（1）相似比　a:b

（2）面積比　（a×a）：（b×b）

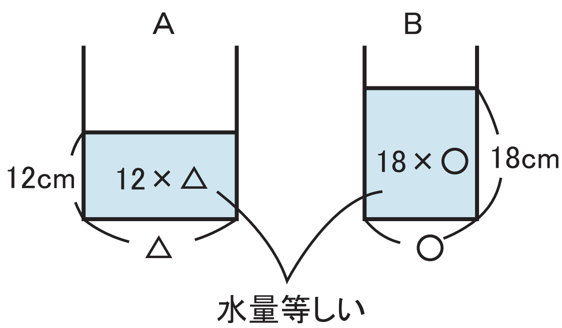
（3）体積比　（a×a×a）：（b×b×b）



立体図形　ポイント④　－容器と水

「水量が等しいとき」と「水の深さが等しいとき」の考え方

「水量が等しいとき」⇒　水の深さの比　と　底面積の比　は　逆比

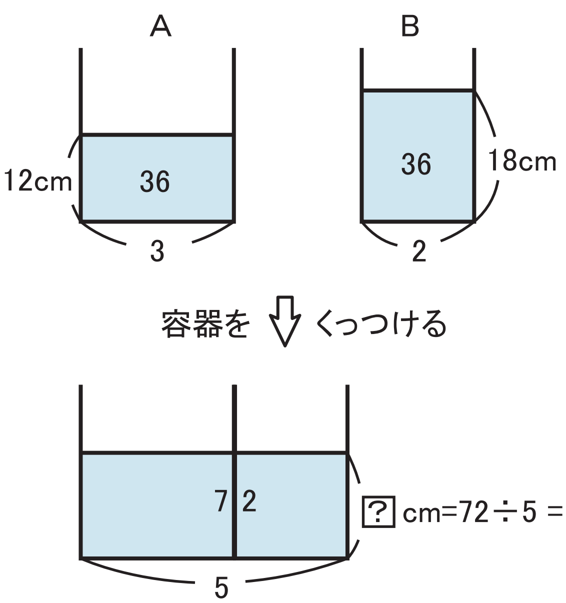


12×△=18×○　なので　△:○= $\frac{1}{12}$: $\frac{1}{18}$ = 3 : 2

	A	B		
水の深さ	12	18	=	2 : 3
底面積	3	2		

逆比

「水の深さが等しいとき」⇒　容器をくっつける



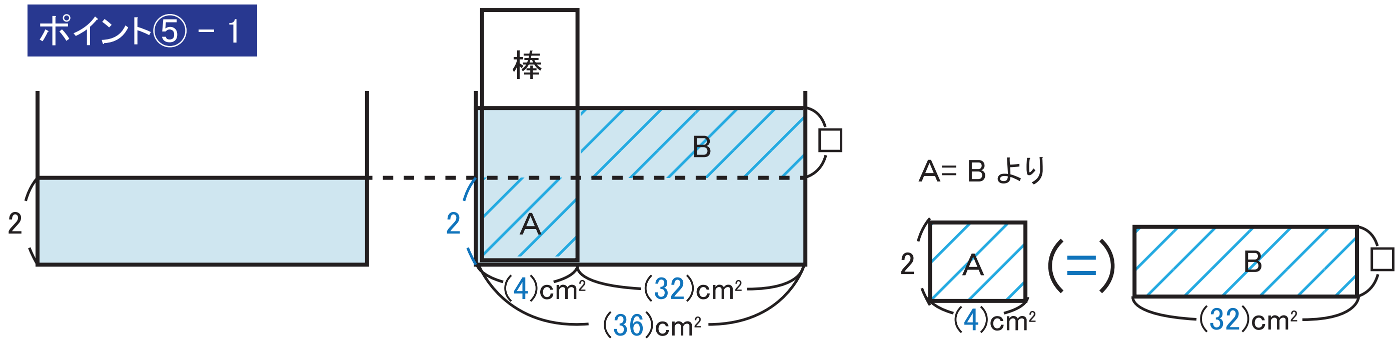
B から A に水を移し、2つの容器の水の深さを等しくすると、水の深さは[?]cm になる。

[?] cm=72÷5 = 14.4cm

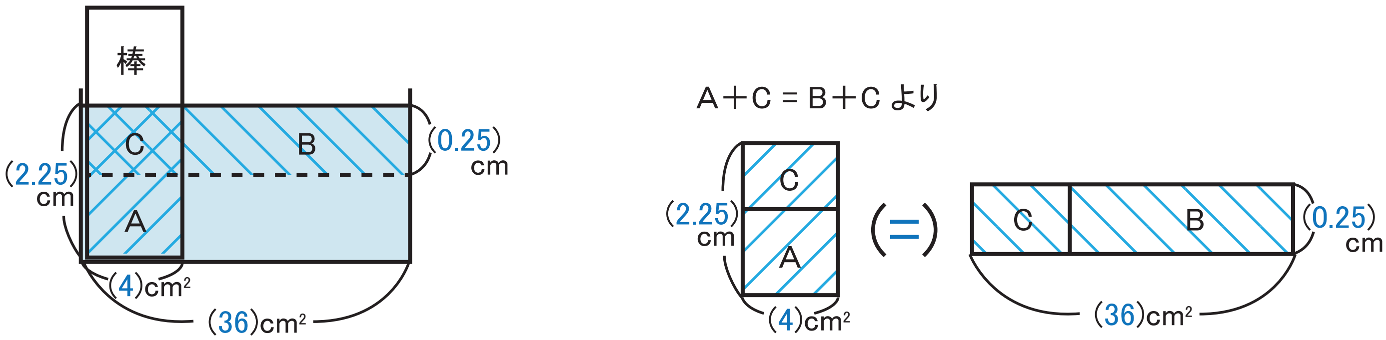
立体図形　ポイント⑤　－水中に棒を入れる

棒を入れる問題には、ポイントが④つある。

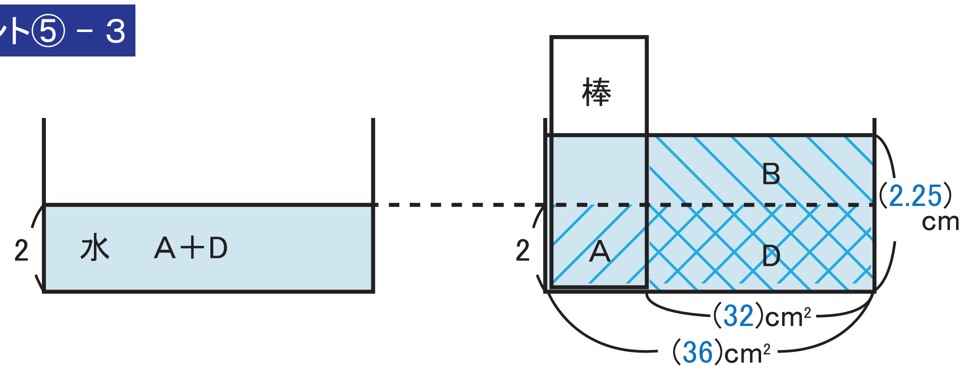
ポイント⑤－1



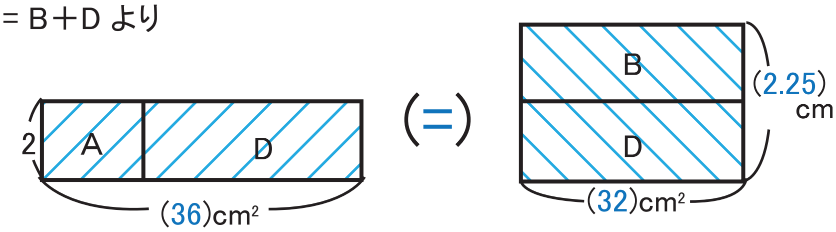
ポイント⑤－2



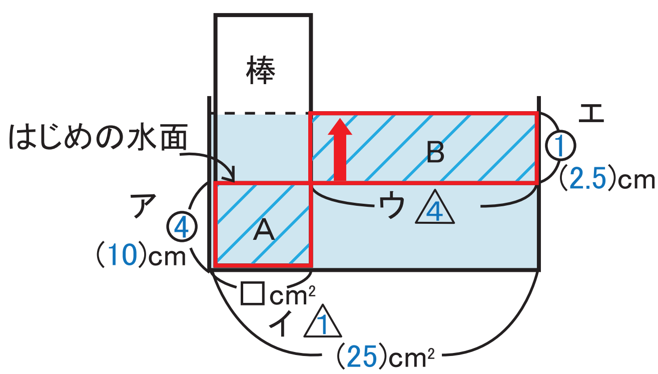
ポイント⑤－3



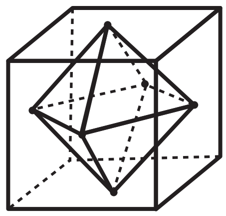
A＋D = B＋D より



ポイント⑤－4　（逆比の利用）



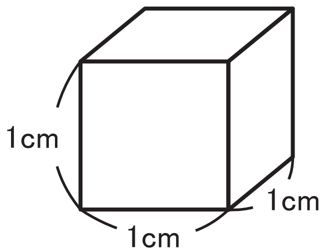
立体図形　ポイント⑥　－正八面体



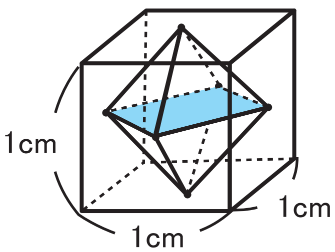
8 枚の正三角形でできた立体

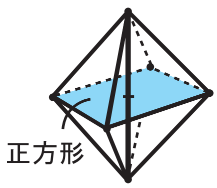
$\boxed{\text{作図}}$ ：立方体の6面の中心点を結ぶ

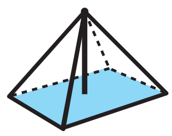
$\boxed{\text{体積}}$ ：立方体の $\frac{1}{6}$



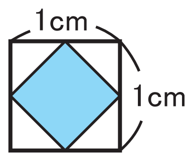
立方体の体積　$1 \times 1 \times 1 = 1\text{cm}^3$







正八面体を2つの四角すいに分けると
四角すいの高さは　$1 \div 2 = \frac{1}{2}$ cm



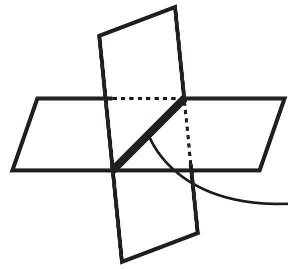
正八面体の体積は $\underbrace{1 \times 1 \div 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}_{\text{四角すい}} \times 2 = \frac{1}{6}\ \text{cm}^3$

よって、正八面体の体積は立方体の体積の $\frac{1}{6}$ になる。

立体図形　ポイント⑦　－立体の切断

立体を1つの平面で切ったときにできる
「切り口」の図形について考える。

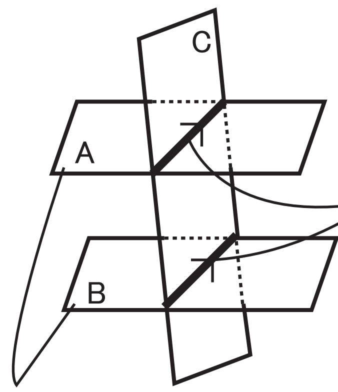
（1）平面と平面が交わる線は 直線 であり、
ただ 1本 しかない。



1本の直線で交わる

⇒ 「立方体の切断」での作図ルール NO.1
同一の平面上にある2点を結ぶ

（2）平行な2つの平面 A・B と1つの平面 C が
交わるとき、その交わりの直線（切り口）は 平行
になる。

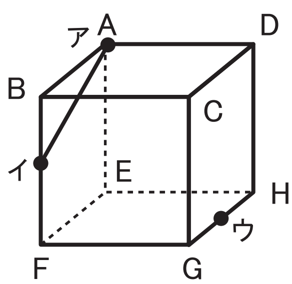


交わりの直線は平行

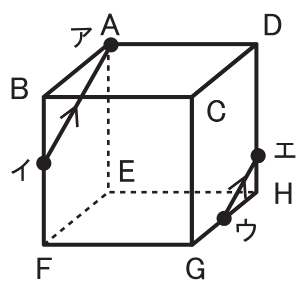
平行な2つの平面

⇒ 「立方体の切断」での作図ルール NO.2
向かい合わせの面に平行線を引く

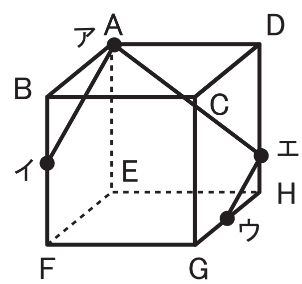
「立方体の切断」　下の立方体を3点ア・イ・ウを通る平面で切ったときの切り口はどのような形か？
上の作図ルール NO.1・NO.2 をもとに、下の図のような順番で考えていくと
切り口は $\boxed{\text{五角形}}$ になることがわかる。



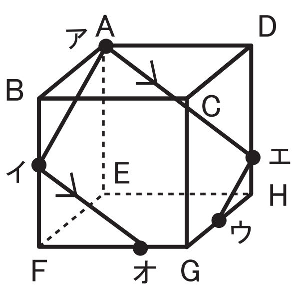
ルール NO.1 より
2点アイは平面 ABFE 上にあるので直線で結ぶ。



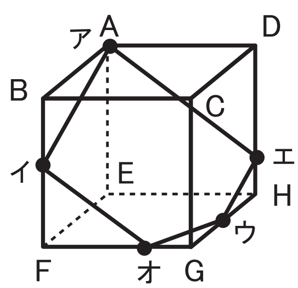
ルール NO.2より
アイと平行な直線エウを引く。



ルール NO.1より
2点アエは平面 AEHD 上にあるので結ぶ。



ルール NO.2より
アエと平行な直線イ・オを引く。



ルール NO.1より
2点ウオは平面 EFGH 上にあるので結ぶ。

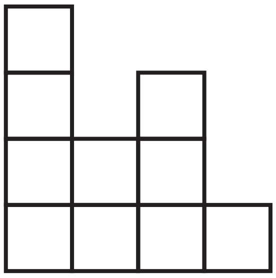
立体図形　ポイント⑧　－立方体を積み重ねてできた立体の投影図

立方体を積み重ねてできた立体を「正面から見た図」と「真上から見た図」は下のとおり。

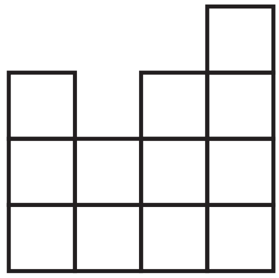
このとき使っている立方体は$\boxed{}$個以上$\boxed{}$個以下。

最も少ない場合　　最も多い場合

正面から見た図

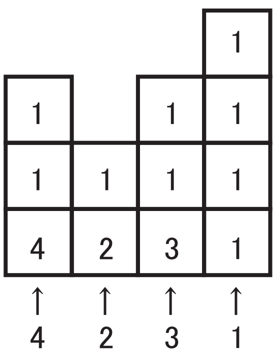


真上から見た図



「真上から見た図」に｛積んである立方体の個数を書き込む。
各列の正面から見える個数をメモ書きする。

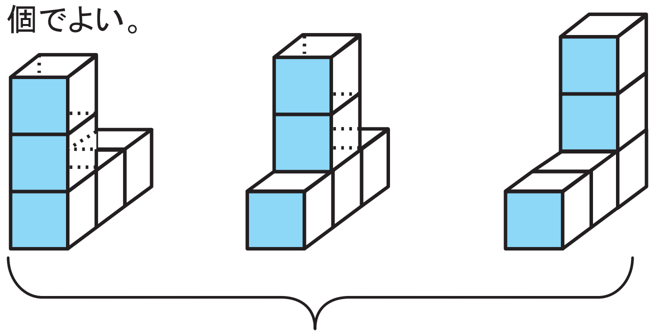
最も少ない場合



1×9＋2＋3＋4＝18 個

・1個しか見えない列はすべて1個できまり。

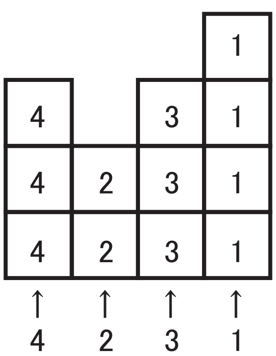
・3個見える列は、どこか1か所だけ3個にすれば、あとは1個でよい。



どこに3個積んでも、正面から見れば3個見える。

・2個見える列、4個見える列も、3個見える列と同様。

最も多い場合



1×4＋2×2＋3×3＋4×3＝29 個

・1個しか見えない列はすべて1個できまり。

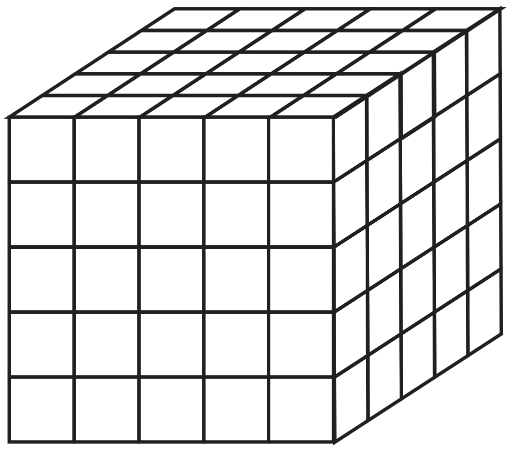
・その他の列は見える個数をそのまま積めばよい。

3個見える列は　すべて3個

2個　　〃　　2個

4個　　〃　　4個

立体図形　ポイント⑨　－立方体の色ぬり

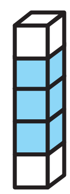


左のような　1 辺 1cm の立方体を積み重ねてできた
立方体の表面を赤くぬったあと、 バラバラにした。

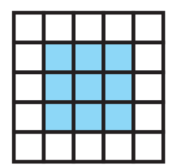
最も多く色がぬられているのは、 3 面ぬられている立方体

・3 面ぬられている立方体 → もとの立方体の角に存在 → 角は 8 か所あるので　8 個

・2 面ぬられている立方体 → もとの立方体の辺上に存在 → 1 つの辺上に 3 個ずつ
辺は 12 本あるので
3 × 12 = 36 個



・1 面ぬられている立方体 → もとの立方体の面上に存在 → 1 つの面上に 9 個ずつ
面は 6 面あるので
9 × 6 = 54 個



・ぬられていない立方体 → もとの立方体の内部に存在 → たて・よこ・高さ
それぞれ見えている 2 個ずつを除いて
(5−2) × (5−2) × (5−2) = 27 個

立体図形　ポイント⑩　－立体（多面体）の辺・頂点・面の数

辺の数 = 頂点の数＋面の数 −2

（辺　　は　　きちょうめん　　にひく）