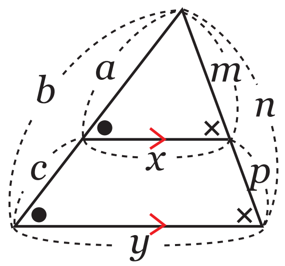
平面図形　ポイント⑩　－三角形の相似4パターン

三角形の相似4パターンを覚え、発見できるようになること！

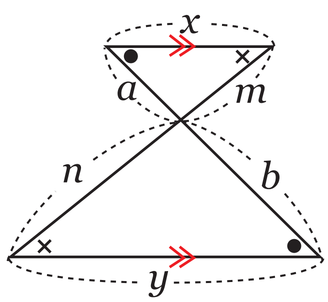
1 平行線型の相似…この2つがほとんど。
発見のコツは平行線をさがすこと。

① ピラミッド相似



・相似比＝ a : b = m : n = x : y
・単なる辺の比＝ a : c = m : p ←相似比とまちがえる生徒が多い

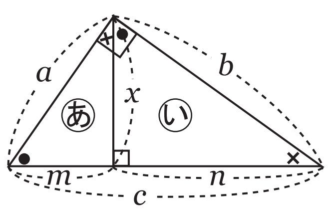
② クロス相似



相似比 $= a : b = m : n = x : y$

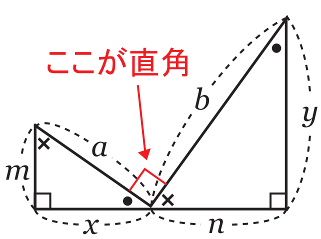
2 直角三角形の相似…この2つが出ると、ほとんどの生徒が解けない。
発見のコツは直角をさがすこと。

③ イカ相似

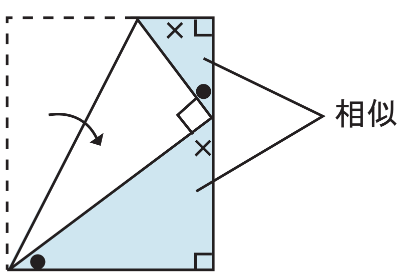


・あ、い、（あ＋い）、3つの直角三角形が相似
・相似比よりも「直角三角形の3辺比」を使うことが多い
a : b : c = m : x : a = x : n : b
・m : n = あ : い = (a × a) : (b × b)
【理由】あとい は相似比 a : b より、面積比 (a × a) : (b × b)
あとい は高さが等しいので、底辺比 m : n = 面積比

④ ミミ相似



・相似比 a : b ＝ m : n = x : y
・長方形の折り返しでよく出てくる



※ 折り返しのとき、 紙が重なっていないところに
できた三角形はすべて相似

平面図形　ポイント⑪　－８つの典型図形

中学入試の算数における平面図形と比の問題では、平面図形のポイント⑩三角形の相似４パターン＋以下の典型図形8パターン＝典型図形 12 パターンが繰り返し出てくる！

平面図形と比の攻略法

（1）典型図形 12 パターンを完全暗記

……12 パターンの名称を言えるようにする→描いて説明できるようにする

（2）問題の図形から典型図形を発見する練習を積む

……「典型図形探しゲーム」としてゲーム感覚で楽しむ

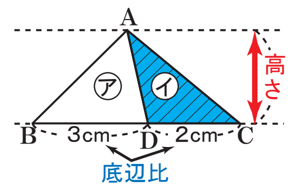
（3）問題の図形から典型図形を作り出す練習を積む

……典型図形がないときに補助線を引いて作り出す

※12 パターンの名称は、各自が覚えやすいようにネーミングして OK

1 高さ一定

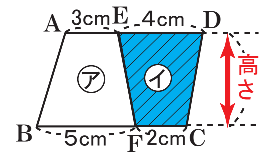
① 双子山 型 NO. 1



● 高さの等しい三角形の面積比は底辺比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 底辺比
＝３：２

② 双子山 型 NO. 2



● 高さの等しい台形の面積比は（上底＋下底）比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝（上底＋下底）の比
＝（3＋5）：（4＋2）＝４：３

●平面図形で「比」が問われる場合

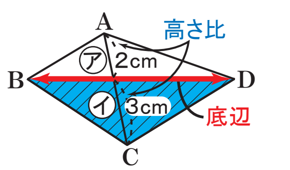
⇒「相似」とこの「双子山」で解ける場合がほとんどです。

⇒ それにもかかわらず、苦手な子が多いのは、”発見”ができないからです。

⇒ 各問題の1問1問の中に「相似」と「双子山」がどのようにひそんでいるか、発見できるようになってください。

2 底辺一定

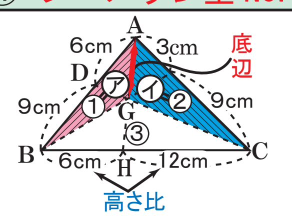
③ X（エックス）型



● 底辺の等しい三角形（台形）の面積比は高さ比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 高さ比
＝２：３

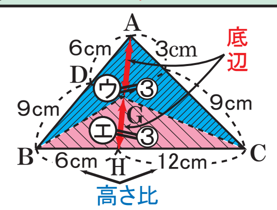
④ ブーメラン型 NO. 1



● 底辺の等しい三角形（台形）の面積比は高さ比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 高さ比
＝6cm：12cm ＝２：３

⑤ ブーメラン型 NO. 2

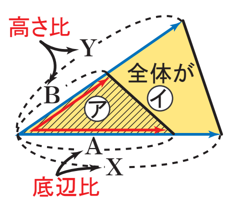


● 高さの等しい三角形（台形）の底辺比は面積比に等しい。

底辺比 ＝AG：GH＝ 面積比
＝㋒：㋓＝ ３：３

3 一定なし

⑥ A（エース）型

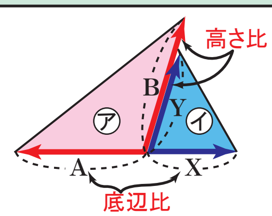


● 底辺比＝ A : X

● 高さ比 ＝ B : Y　の場合

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

⑦ カブト 型

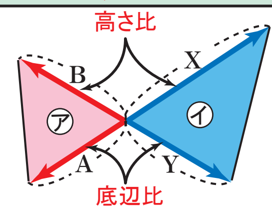


● 底辺比＝ A : X

● 高さ比 ＝ B : Y　の場合

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

⑧ チョウチョ 型



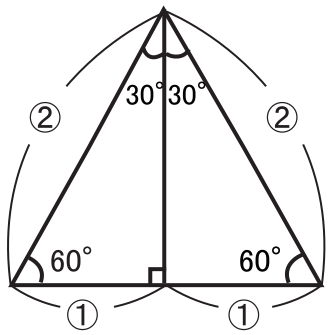
● 底辺比＝ A : X

● 高さ比 ＝ B : Y　の場合

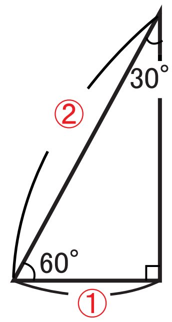
面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

平面図形　ポイント⑫　－ 30°・60°・90°の直角三角形

正三角形

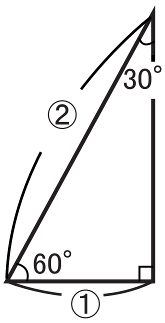


30°・60°・90°の直角三角形

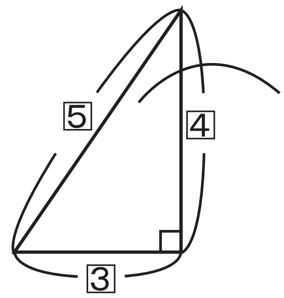


60°をはさむ２辺の長さの比が１：２

※「30°・60°・90°の直角三角形」と「３：４：５(さしご)の直角三角形」は別物

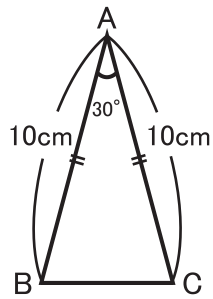


形が異なるので混同しないように！

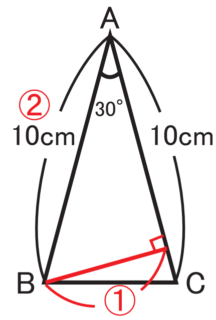


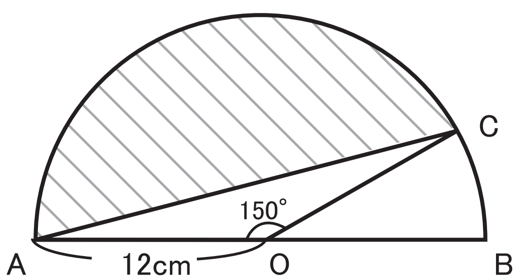
３辺の長さの比が３：４：５の直角三角形

※ 30° や 150° の三角形の面積 → 30°・60°・90°の直角三角形を利用して求める

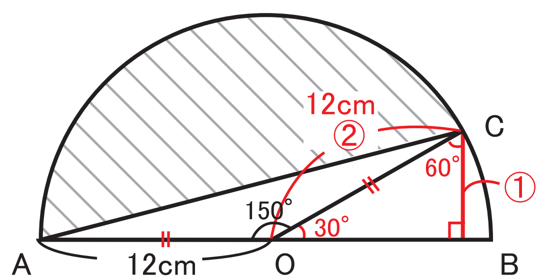


△ABC の面積は？





△AOC の面積は？



平面図形　ポイント⑬　－縮尺

縮尺は相似と同じ

（縮尺 $\frac{1}{200}$ とは、実際と地図上の相似比 200 ： 1
面積比 (200 × 200) ： (1 × 1) ＝ 40000 ： 1）

縮尺 $\frac{1}{A}$ のとき　　実際と地図上の　相似比 Ⓐ : ①
面積比 (A × A) ： (1 × 1) ＝ $\boxed{A \times A}$: $\boxed{1}$

実際　　　　　　　　　　　　地図上

長さⒶ　：　長さ①
面積 $\boxed{A \times A}$　：　面積 $\boxed{1 \times 1}$ ＝ $\boxed{1}$

※ 縮尺の問題では「単位換算」と「比の計算（縮尺の計算）」の 2 つの計算を行わなければならない。縮尺が苦手になる原因はここ。計算する順番をしっかりおさえること。

- 大きい単位を小さい単位に直す必要があるとき……まず $\boxed{\text{単位換算}}$、そのあとに $\boxed{\text{比の計算}}$
- 小さい単位を大きい単位に直す必要があるとき……まず $\boxed{\text{比の計算}}$、そのあとに $\boxed{\text{単位換算}}$

※ 長さの単位換算　$\boxed{km} \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{m} \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \boxed{cm} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \boxed{mm}$

※ 面積の単位換算　$\boxed{km^2} \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \boxed{ha} \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \boxed{a} \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \boxed{m^2} \underset{\div 10000}{\overset{\times 10000}{\rightleftarrows}} \boxed{cm^2} \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \boxed{mm^2}$

【例題：長さの縮尺】縮尺 $\frac{1}{25000}$ のとき　　長さの比は（相似比）　実際 ： 地図上 ＝ 25000 ： 1

「長さ」のとき
25000 は
1 個だけ使う

実際　　　　　　　　　　地図上

「km」という大きい単位を「cm」という小さい単位に直す必要があるので
計算の順番は　まず $\boxed{\text{単位換算}}$、そのあとに $\boxed{\text{比の計算}}$

まず $\boxed{\text{単位換算}}$　12km は何 cm ？　12 × 1000 × 100(cm)　←計算せずに式のままにしておく
そのあとに $\boxed{\text{比の計算}}$　25000 ＝ 12 × 1000 × 100(cm)　（分数式で約分しやすくするため）

$① = 12 \times 1000 \times 100 \div 25000$

$= \frac{12 \times 1000 \times \overset{4}{\cancel{100}}}{\underset{1}{\cancel{25000}}}$ cm　←分数式にして約分

$= \underline{\underline{48cm}}$

【例題：面積の縮尺】 縮尺 $\frac{1}{25000}$ のとき　　面積比は　実際：地図上 ＝（25000 × 25000）：（1 × 1）

「面積」のとき
25000 は
2 個使う

実際	地図上
$\boxed{25000 \times 25000}$ $\boxed{?}$ km²	$\boxed{1}$ 60 cm²

「cm²」という小さい単位を「km²」という大きい単位に直す必要があるので
計算の順番は　まず $\boxed{\text{比の計算}}$、そのあとに $\boxed{\text{単位換算}}$

まず $\boxed{\text{比の計算}}$

$$\boxed{1} = 60\text{cm}^2$$

$$\boxed{25000 \times 25000} = 60 \times 25000 \times 25000(\text{cm}^2)$$

←計算せずに式のままにしておく
（分数式で約分しやすくするため）

そのあとに $\boxed{\text{単位換算}}$　60 × 25000 × 25000(cm²) は何 km² ？

$$60 \times 25000 \times 25000 \div 10000 \div 100 \div 100 \div 100$$

$$= \frac{\overset{3}{\cancel{60}} \times \overset{5}{\cancel{25000}} \times \overset{1}{\cancel{25000}}}{\cancel{10000} \times \cancel{100} \times \underset{1}{\cancel{100}} \times \underset{4}{\cancel{100}}}$$

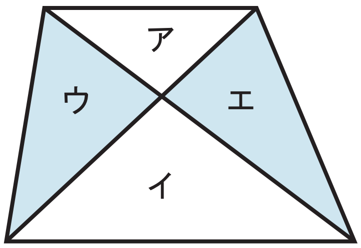
←分数式にして約分

$$= \frac{15}{4}\ \text{km}^2$$

$$= 3\frac{3}{4}\text{km}^2$$

平面図形　ポイント⑭　－ 2本の対角線がひいてある台形の面積比

1 台形のちょうちょ



ウ = エ　（ウの面積とエの面積は等しい）

【理由】（イ＋ウ）と（イ＋エ）は底辺・高さが等しい三角形なので面積も等しい

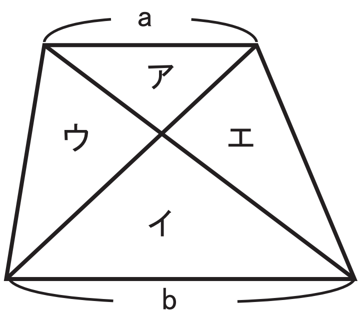
イ＋ウ = イ＋エ

イが同じなので、 残りのウの面積とエの面積は等しい

ウ = エ

2 台形のじじ・ばば・じば・じば

a= じ　b= ば　として
音で覚えてしまいましょう！

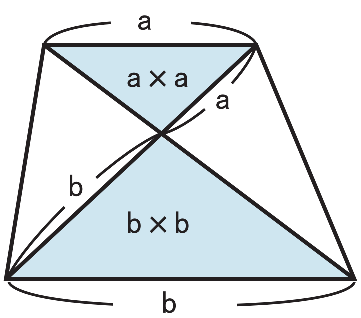


上底と下底の比が a : b のとき（a=じ、b=ば）

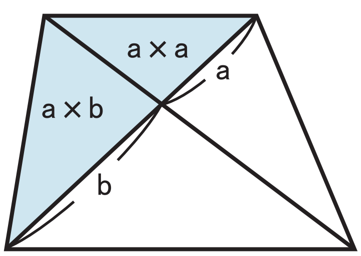
ア : イ : ウ : エ = （a × a） : （b × b） : （a × b） : （a × b）

（じ じ : ば ば : じ ば : じ ば）

【理由】



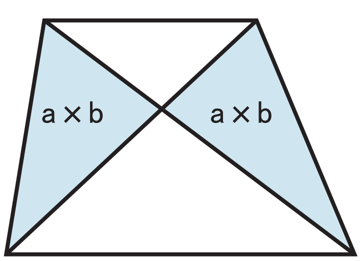
アとイはクロス相似より　　相似比 a : b
面積比 （a × a） : （b × b）



アとウは高さが等しいので　面積比 = 底辺比 = ⓐ:ⓑ

ⓐ = a × a　なので

ⓑ = $a \times \cancel{a} \times \frac{b}{\cancel{a}} = a \times b$



台形のちょうちょ　より　ウ = エ = a × b