14章 平面図形（2）の「偏差値20アップ・指導法」

まとめ

1　導　入

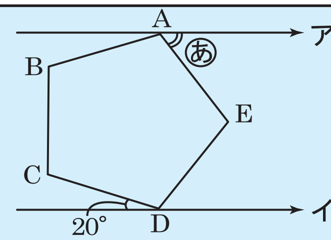
根本原理 ［基本図形を思い描けるように！

→ 関連づける → 2　例題で解説 → 関連づける → 3　問題演習

※　このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

14.1　導 入・例 題（角度・長さ・面積 の基本図形を暗記！）

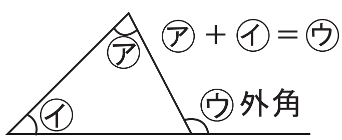
例題1　角度　1 … 角度の問題は、ほとんど、「外角」・「錯角」・「二等辺三角形」が聞かれる！



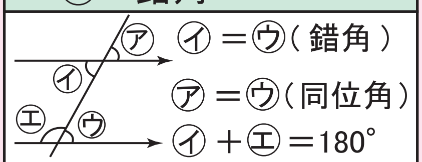
右の図で、 直線アと直線イは平行で、 五角形 ABCDE は正五角形です。 角 あ は何度ですか。

２０アップ攻略法 ① ▶ 「角度」は ⇒ 「外角」・「錯角」・「二等辺三角形」が出る！

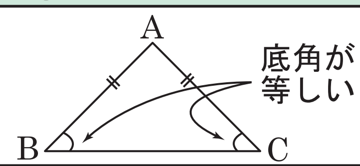
① 外角



② 錯角



③ 二等辺三角形



【ポイント】

- 「正 N 角形の1つの内角」 $=180° - \underbrace{360° \div N}_{(1つの外角)}$ ⇒
- 「平行線」に⇒「錯角」あり ⇒
- 「三角形」に⇒「外角」あり ⇒

【解法】

正五角形の一つの内角は、

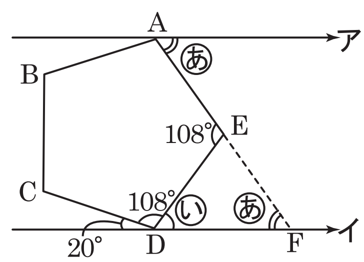
180° − 360° ÷ 5 ＝ 108°

い ＝180° −（20° ＋108° ）＝ 52°

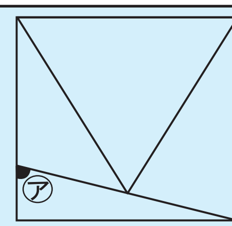
2つの あ は「錯角」であり、

あ ＋ い ＝ 108°（「外角」）より、

あ ＝ 108° − 52° ＝ 56°



例題2　角度　2 … 角度の問題は、ほとんど、「外角」・「錯角」・「二等辺三角形」が聞かれる！



右図のように、 正方形の中に正三角形がかいてあります。
ア の角度を求めなさい。

【ポイント】

- 同じ長さ・同じ角度に「同じ印」をつけて、「二等辺三角形」を発見 ⇒
- 「平行線」に⇒「錯角」あり ⇒

【解法】

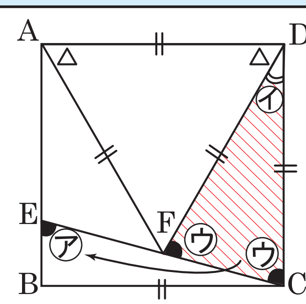
三角形 DFC は「二等辺三角形」となるから、

イ ＝９０－６０＝ ３０° より、

ウ ＝（１８０－３０）÷２＝ ７５°

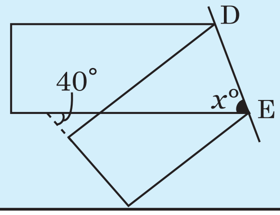
ア と ウ は「錯角」となり等しいから、

ア ＝ ウ ＝ ７５°



例題３　角度　３　…　角度の問題は、ほとんど、「外角」・「錯角」・「二等辺三角形」が聞かれる！

右の図は、 長方形状のテープを、 折り目 DE にそって折り返した図です。
このとき、図の x°を求めなさい。

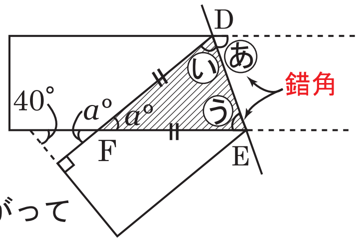


２０アップ攻略法 ② ▷「折り返し」　⇒　聞かれるポイントがある！

折り返し ときたら　⇒　① 合 同 、② 相 似 、③ 二等辺三角形 が聞かれる！

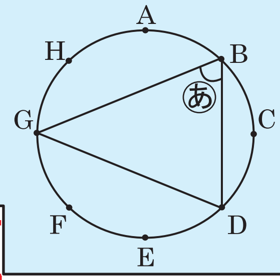
【ポイント】
● 「折り返し」の場合、
　⇒ ①必ず「錯角」、
　⇒ ②「二等辺三角形」
　ができる場合が多い。
⇒

【解法】
右図で、　a°　＝180−（90＋40）＝　50°
折り返しの前と後の角度で、あ＝い。
また、あとうは「錯角」で等しいから、
三角形 DEF は、「二等辺三角形」となる。したがって
x°＝う＝い＝(180−50)　÷ 2 ＝　<u>65°</u>



例題４　角度　４　…　角度の問題は、ほとんど、「外角」・「錯角」・「二等辺三角形」が聞かれる！

右図のように、 円周を8等分する点をとります。
あ の角度を求めなさい。

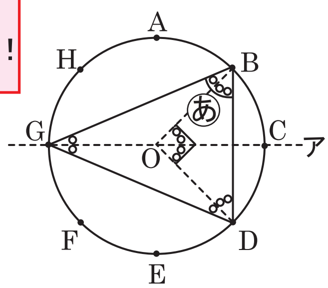


２０アップ攻略法 ③ ▷「円周」⇒「二等辺三角形」をつくれ！

円 周 ときたら　⇒　どこも 「半径が等しい」 ので⇒ 二等辺三角形 が聞かれる！

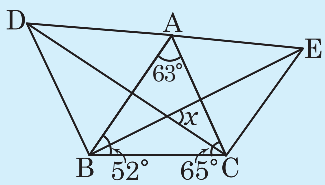
【ポイント】
① 中心から「半径を書き」
② 「二等辺三角形」を作る
⇒

【解法】
三角形 OBD は、角 BOD＝９０°の
「直角二等辺三角形」となるから、
○ ＝ ９０÷４ ＝ ２２．５° 。したがって、
あ ＝ ２２．５°×３ ＝ <u>６７．５°</u>



例題５　角度　５　…　角度の問題で、「合同」・「相似」が聞かれることもある！

右の図で、三角形 ADB と三角形 ACE は両方とも正三角形です。
角 x の大きさを求めなさい。

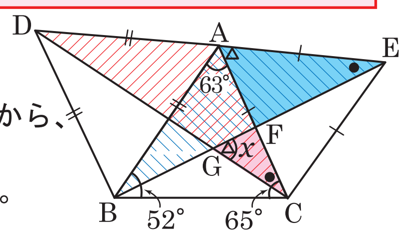


２０アップ攻略法 ④ ▷「等しい長さ」⇒「合同」・「相似」・「二等辺」が聞かれる！

等しい長さ ときたら　⇒　① 合 同 、② 相 似 、③ 二等辺三角形 が聞かれる！

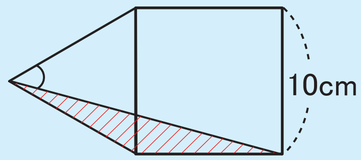
【ポイント】
「等しい長さ」がある
場合
①「合同」がある
②「相似」がある
③「二等辺三角形」
⇒

【解法】
● AB＝AD、AE＝AC、角 BAE＝角 DAC より、
　三角形 ABE と、三角形 ADC は「合同」となるから、
● 角 AEB＝角 ACD（●の角）より、
　三角形 AEF と、三角形 GCF は「相似」となる。
● したがって、
　x ＝ 角 EAF（△の角）＝ <u>６０°</u>

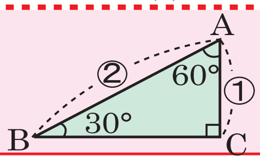


例題⑥　面積　１　…「30°、150°の三角形」の面積は求まる！

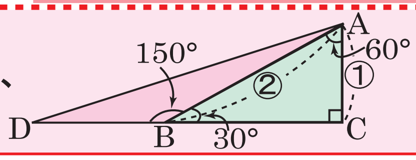
右の図は、１辺が10cm の正方形と正三角形をつないだものです。
図の斜線部分の面積を求めなさい。



２０アップ攻略法 ⑤ ▶「３０°、１５０°の三角形」の面積は　⇒　求まる！



や、

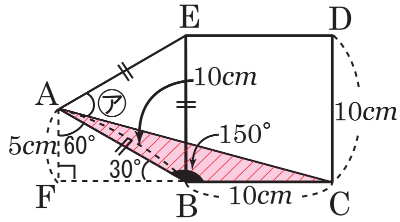


の面積は求まることを覚えておく！

【ポイント】
「30°　60°　の三角定規」
「45°　の三角定規」を利用
「30°　150°」の面積は
求まる！

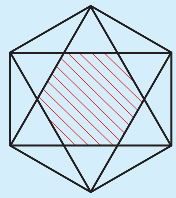
⇒

【解法】
右の図で、角 ABC は、150° となり、
三角形 AFB は、「30° の三角定規」となるから、
AF ＝　10÷2　＝　5cm　　したがって、
三角形 ABC ＝　10×5÷2　＝　２５cm²



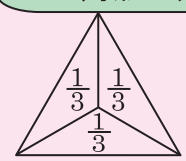
例題７　面積　２　…　正三角形・正六角形の分割図形を覚えておく！

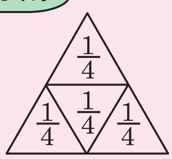
右図の正六角形の面積が45cm² であるとき、斜線の部分の面積は何 cm² ですか。

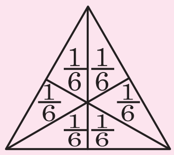


２０アップ攻略法 ⑥「正三角形」・「正六角形」⇒　分割パターンを覚えろ！

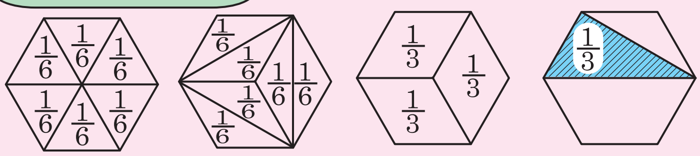
正三角形の分割







正六角形の分割

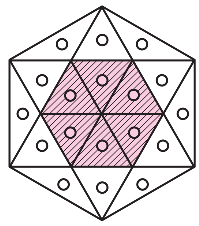


【ポイント】
「正六角形の分割」と
「正三角形の分割」の
基本図形を利用する！

⇒

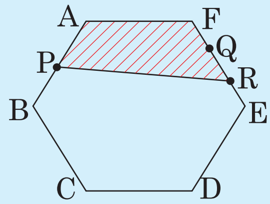
【解法】
斜線部分は、正六角形の面積の $\frac{6}{18}$ ＝ $\frac{1}{3}$ にあたるから

４５　×　$\frac{1}{3}$　＝　１５ cm²

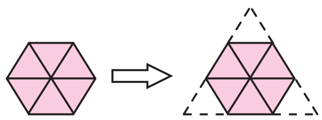


例題⑧　面積　３　…　正六角形の分割（応用編；比の利用）！

右の図の正六角形 ABCDEF で、P は AB の真ん中の点、Q，R は FE の３等分点です。斜線部分の面積は正六角形の何分のいくつですか。

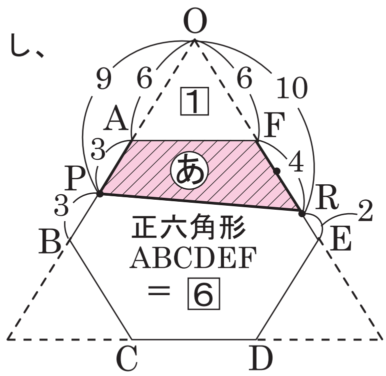


【ポイント】
「正六角形」の外側に
正三角形をつくると
「正三角形の分割」になる



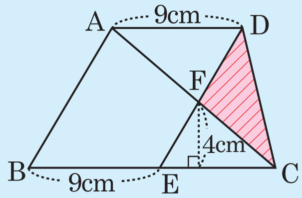
⇒

【解法】
斜線部分の面積を あ 、OA＝OF＝ 6 とし、
正三角形 OAF の面積を $\boxed{1}$ とすると、
$\triangle OPR = \boxed{1} \times \frac{9}{6} \times \frac{10}{6} = \boxed{\frac{5}{2}}$
あ ＝ $\boxed{\frac{5}{2}} - \boxed{1} = \boxed{\frac{3}{2}}$
正六角形 ABCDEF ＝ $\boxed{6}$ となるから、
あ ＝ $\boxed{\frac{3}{2}} \div \boxed{6} = \frac{1}{4}$



例題⑨ 面積 4 …「等積変形」は非常によく出る！

右の図の台形 ABCD で、三角形 FDC の面積を求めなさい。

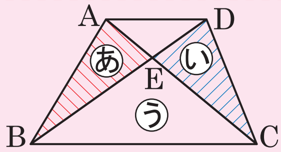


２０アップ攻略法 ⑦ ▷「 平行線 」⇒「 等積変形 」 が出る！

右の図の台形ABCDで、△ABCと△DBCは、底辺BCが共通で、高さも等しいから、

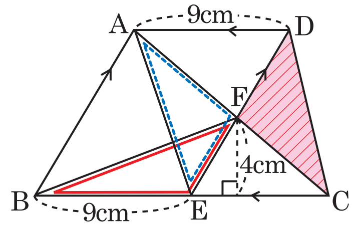
① △ABC 面積（あ＋う）＝ △DBC の面積（い＋う）。したがって

② △ABE 面積（あ）＝ △DEC の面積（い）。



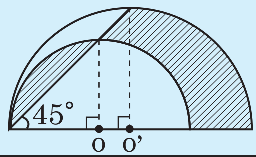
【ポイント】
- ● AB と DE が平行より ⇒
- ● AD と EC が平行より ⇒

【解法】
△FBE の面積 ＝ △FAE の面積。 また、
△FAE の面積 ＝ △FDC の面積となるから、
△FDC ＝ △FBE
＝ ９×４÷２ ＝ 18cm^2



例題１０ 面積 5 …「扇 形」は非常によく出る！

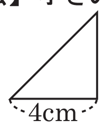
右の図のように直径が重なった2つの半円があり、小さい円の中心は O で半径は 3cm、大きい円の中心は O' で半径は4cm です。斜線の部分の面積を求めなさい。



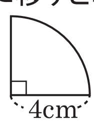
２０アップ攻略法 ⑧ ▷「 曲線 」が出たら ⇒「 中心 」をとらえ「 扇形 」を作れ！

【ポイント】
「曲線」⇒「扇形」ときたら
①「中心」
②「半径」
③「中心角」
をとらえろ ⇒

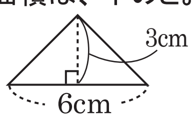
【解法】小さい弓形を右に移すと、求める面積は、下のとおり



＋

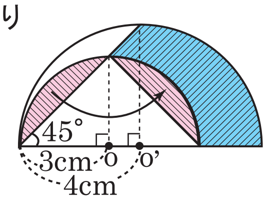


－



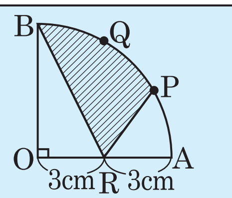
$$= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{1}{4} - 6 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= 11.56 \text{ cm}^2$$



例題１１ 面積 6 …「扇 形」は非常によく出る！

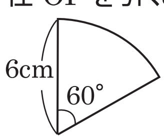
右の図で、P,Q は4分円の弧を3等分する点、R は AO の真ん中の点です。
斜線部分の面積を求めなさい。



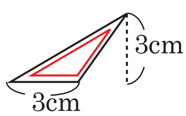
２０アップ攻略法 ⑨ ▷「 扇形 」⇒ ①「中心」, ②「半径」, ③「中心角」をとらえろ！

【ポイント】
「曲線」⇒「扇形」ときたら
①「中心」
②「半径」
③「中心角」
をとらえろ ⇒

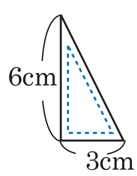
【解法】
半径 OP を引くと、求める面積は、



＋



－



$$= 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{6} + 3 \times 3 \times \frac{1}{2} - 3 \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 14.34 \text{ cm}^2$$