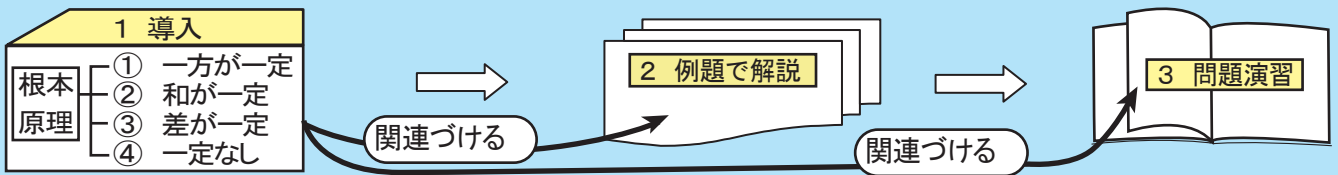


まとめ



※ このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

9.1 導入（倍数算の根本原理を指導）

- **倍数算が苦手となる理由** … 倍数算は「比の応用」であり、本来難しいのですが、解き方が決まっていますので、①「倍数算を発見」でき、②「解き方」さえ知れば対策が容易なテーマです。「倍数算の構造(A:BがC:Dに変わる)が分かっていないと倍数算と気づきませんし、また「倍数算」と気づいたとしても「倍数算の特殊な解き方」をマスターしていない子もやはり解けません。ここでは、一般的な解き方として、(1)「一定なものに着目して表をかいて解く方法」と、計算力がある子向けの(2)「比例式で解く方法」をご紹介します。どちらにしてもその使い方、効果を知った上で使いこなせるようにしましょう。

20アップ攻略法 ① ▶ 「A : B = C : D が → E : F = G : H になる」という問題は、「倍数算」!

- はじめ「A : B = C : D」だったのが ⇒ 「E : F = G : H」に変化した。というように、比の倍数関係が変化する問題を「倍数算」という。
- 倍数算の出題パターンは次の4パターンです。

- ① 「一方が一定」 … 例題1
- ② 「和が一定」 … 例題2
- ③ 「差が一定」 … 例題3
- ④ 「一定なし」 … 例題4

これらは、すべて、「比例式による解法」の一つの解き方で解け、また、「比例式自体」も様々な問題で活用できる。

発展学習 ① ▶ 「分配法則」と「移項」 → 比例式・消去算などで活用できる!

- 「比例式で解く方法」では、少々難しい(中1レベルの)計算をすることになります。計算が得意な子で、この計算を難なく理解できるようであれば、「ニュートン算」、「つるかめ算」、「流水算」、「年齢算」などのほとんどの「特殊算」や、「速さ」など様々な文章題を、「消去算(連立方程式)(中2レベル)」で解くことが可能となります。最近の入試傾向からすると、本番で、「〇〇算だ!」となかなか気づけない難しい問題が出されますので、本来の解き方をマスターした後、6年生の後半で、裏技として、「消去算(連立方程式)」で解く方法も身に着けるとよいでしょう。

(1) **分配法則** … $(A + B) \times C = A \times C + B \times C$

例 $(\textcircled{3} + 400\text{円}) \times 2 = \textcircled{3} \times 2 + 400 \times 2$

◀ (③+400円)を、③円と400円が入っている1袋と考え、これを2倍するのだから、③も400円も両方とも、2倍する必要がある(2を分配してかける)。

(2) **移項(いこう)** … $A + B = C + D \rightarrow A - D = C - B$

数を、イコール(=)の反対側に移すことを「移項」と言います。

例 $\textcircled{6} + 200 = \textcircled{4} + 800$
 $\rightarrow \textcircled{6} + 200 - \textcircled{4} - 200 = \textcircled{4} + 800 - \textcircled{4} - 200$
 $\rightarrow \textcircled{6} - \textcircled{4} = 800 - 200$
 $\rightarrow \textcircled{2} = 600$

◀ ④を左辺に移すために、両辺から④を引き、200円を右辺に移すために、両辺から200円を引く。その結果、④は左辺に移り、200は右辺に移り、+-が逆になる。

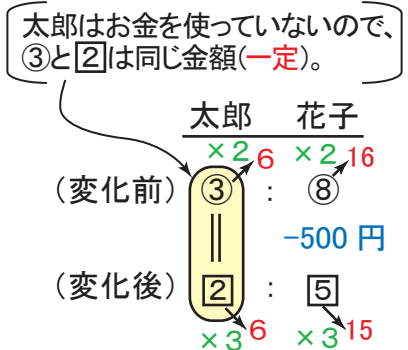
9.2 例題 (倍数算の根本原理を確認)

例題1 「一方が一定」の倍数算 … 太郎の持っている金額が変わらないことに着目!

太郎と花子のはじめに持っていたお金の比は3 : 8でしたが、花子が500円使ったので、その比が2 : 5となりました。はじめに太郎が持っていたお金は何円ですか。

【解法1】 一定なものに着目して「表」を使って解く方法

- 太郎の所持金は変わっていないのに、変化前は③、変化後は②と比が違う。
- 太郎の所持金は、同じ金額(一定)なので、③と②を、これらの**最小公倍数6**にそろえる。⇒ ○つきの数字は2倍、□つきの数字は3倍すると、太郎と花子の(変化前の比)は $6 : 16$ 、(変化後の比)は $6 : 15$ となる。
- 花子の変化に着目すると、16が15に減っているから、
 $16 - 15 = 1$ … これが500円ということになる。
- したがって、はじめに太郎が持っていた金額は、
 $500円 \times 6 = 3000円$



【解法2】 比例式を使って解く方法

- 太郎と花子の所持金の比は、はじめ ③ : ⑧ であったが、花子だけ、500円使ったので、花子は、 $(⑧ - 500円)$ となる。これが 2 : 5 に等しい。
- この関係を、「比例式」にすると、
 $③ : (⑧ - 500円) = 2 : 5$ となり、
 $③ \times 5 = (⑧ - 500円) \times 2$
 $⑮ = ⑮ - 1000円$ より、① = 1000円
- したがって、はじめに太郎が持っていた金額は、
 $1000円 \times ③ = 3000円$

20アップ・ノウハウ

(⑧ - 500円)を1袋と考え、これを2倍するから、⑧も500円も両方とも、2倍する。

20アップ・ノウハウ

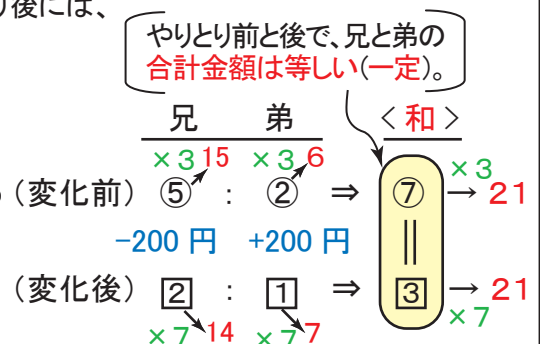
⑮ = (⑮ - 1000円)は、左のような線分図を書いて①当たりの量を求める。

例題2 「和が一定」の倍数算 … 「やりとり前」と「やりとり後」で、「2人の合計金額」が等しいことに着目!

兄と弟の所持金の比は、5 : 2 でしたが、兄が弟に200円あげたので、兄と弟の所持金の比は 2 : 1 になりました。はじめ、兄は何円持っていましたか。

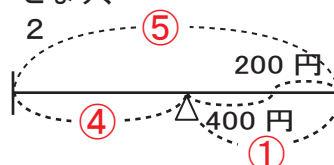
【解法1】 和が一定であることに着目して「表」を使って解く方法

- 兄と弟の所持金の比の「和」は、はじめ $⑤ + ② = ⑦$ となるが、やりとり後には、 $② + ① = ③$ となる。
- 兄のサイフから弟のサイフに200円移しただけなので、やりとりの前と後で、**2人の合計金額は変わらない**ことに着目すると、
- ⑦と③は等しいので、これらを、**最小公倍数の21**にそろえる。
このため、○つきの数字は3倍し、□つき数字は7倍し、比を合わせる (変化前) $⑤ : ② \Rightarrow ⑦ : ③$
- 比を修正した結果、兄は15から14に1減っているから、この1が弟にあげた200円ということになる。
- したがって、はじめ兄が持っていた金額は、
 $200円 \times 15 = 3000円$



【解法2】 比例式を使って解く方法

- 兄と弟の所持金の比は、はじめ、⑤ : ② であったが、兄は200円減らし(⑤ - 200円)となり、弟は200円増え(② + 200円)となる。
- これらが 2 : 1 になるから、
 $(⑤ - 200円) : (② + 200円) = 2 : 1$ となり、
 $(⑤ - 200円) \times 1 = (② + 200円) \times 2$
 $⑤ - 200円 = ④ + 400円$
 $① = 400 + 200 = 600円$
- したがって、 $600円 \times ⑤ = 3000円$



20アップ・ノウハウ

(② + 200円)を1袋と考え、これを2倍するから、②も200円も両方とも、2倍する。

20アップ・ノウハウ

⑤ - 200 = ④ + 400 は、上のような線分図を書いて①当たりの量を求める。

例題3

「**差が一定**」の倍数算 … 同じ金額を足したり引いたりしても「**2人の金額の差**」が等しいことに着目!

A君とB君の所持金の比は、3:2でしたが、2人とも200円ずつ使ったので、A君とB君の所持金の比は5:2になりました。A君のはじめの所持金は何円ですか。

【考え方】

- AとBの所持金の比の「はじめの差 ① (=③-②)」と、「変化後の差 ③ (=⑤-②)」は、左の図より、等しいことが分かる。

【解法1】 差が一定であることに着目して「表」を使って解く方法

- 右の表より、「はじめの差 ①」と「変化後の差 ③」は等しいので、「最小公倍数3」に合わせるため、○つき数字は「3倍」、□つき数字は「1倍」する。
- 比を修正した結果、A君は9から5に4減っているから、この4が使った200円となります。
- したがって、はじめにA君が持っていた金額は、

$$200円 \div 4 \times 9 = \underline{\underline{450円}}$$

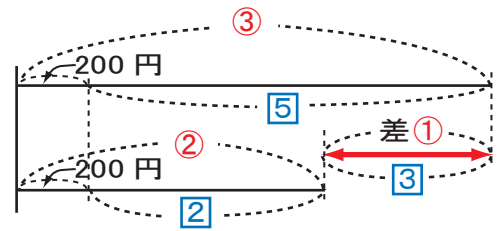
【解法2】 比例式を使って解く方法

- A君とB君の所持金の比は、はじめ、③:②であったが、2人とも200円ずつ使ったので、A君は(③-200円)となり、B君は(②-200円)となる。
- これらが 5:2 になるから、

$$\begin{aligned} & (\textcircled{3}-200円) : (\textcircled{2}-200円) = 5 : 2 \text{ となり、} \\ & (\textcircled{3}-200円) \times 2 = (\textcircled{2}-200円) \times 5 \\ & \textcircled{6} - 400円 = \textcircled{10} - 1000円 \\ & \textcircled{4} = 1000 - 400 = 600円 \end{aligned}$$

- したがって、

$$600円 \div \textcircled{4} \times \textcircled{3} = \underline{\underline{450円}}$$



同じ金額ずつ減らす場合、いつでもAとBの金額の「差」は等しい(一定)。

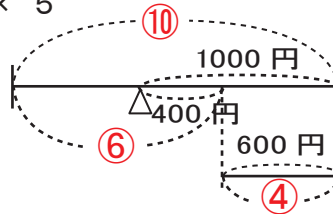
A	B	差
(変化前) ③ : ②	$\times 3 \begin{matrix} 9 \\ 6 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \textcircled{1} \\ \parallel \\ \textcircled{3} \end{matrix} \begin{matrix} \times 3 \\ \\ \times 1 \end{matrix}$
-200円	-200円	
(変化後) ⑤ : ②	$\times 1 \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix}$	

20アップ・ノウハウ

(③-200円)を1袋と考え、これを2倍するから、③も200円も両方とも、2倍する。

20アップ・ノウハウ

⑥-400 = ⑩-1000 は、左のような線分図を書いて①当たりの量を求める。



例題4

「**一定なし**」の倍数算(倍数変化算) … 一定のものがなく、倍数関係が完全に変化している問題!

姉と妹の貯金額の比は、5:3でしたが、姉は750円使い、妹は100円貯金したので、姉と妹の貯金額の比は、3:4になりました。はじめの姉の貯金額はいくらでしたか。

- 【考え方】** この問題は、「一定のものが無い」ので、「仮に、変化後の比 ③:④ が同じ比の、⑫:⑫だったら」と考える。

【解法1】 2人の比を合わせて、「表」で解く方法

- 変化後の比の ③と④ を最小公倍数の⑫に合わせ、同じ比にするため、→姉の数字を全て4倍して、妹の数字も全て3倍する。
- その結果、「姉は、20の貯金額から3000円引いたら⑫となり」、「妹は、9の貯金額に300円足したら⑫となり」どちらも⑫と比がそろった。
- この結果、姉と妹のはじめの金額の比の差 20-9=11は、3000+300=3300円と等しいことになる。
- したがって、はじめの姉の貯金額は、

$$3300円 \div 11 \times \textcircled{5} = \underline{\underline{1500円}}$$

姉	妹
(変化前) ⑤	: ③
$\times 4 \begin{matrix} 20 \\ -3000円 \\ -750円 \end{matrix}$	$\times 3 \begin{matrix} 9 \\ +300 \\ +100円 \end{matrix}$
(変化後) ③	: ④
$\downarrow \times 4$	$\downarrow \times 3$
⑫	= ⑫

一定のものが無いので、「変化後の比が仮に、同じ⑫」だったとする。

【解法2】 比例式を使って解く方法

- 姉と妹の貯金額の比は、はじめ、⑤:③であったが、姉は750円使ったので、(⑤-750円)となり、妹は100円貯金したので、(③+100円)となる。
- これらが 3 : 4 になるから、
 $(⑤-750円) : (③+100円) = 3 : 4$ となり、
 $(⑤-750円) \times 4 = (③+100円) \times 3$
 $④ - 3000円 = ③ + 300円$
 $① = 3000 + 300 = 3300円$
- したがって、
 $3300円 \div ① \times ⑤ = \underline{\underline{1500円}}$

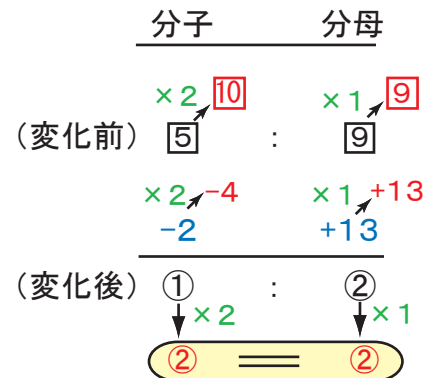
例題5

一見、**倍数算に見えない倍数算** ... $A : B = C : D$ が $\rightarrow E : F = G : H$ に変化する形を発見!

ある分数を約分すると $\frac{5}{9}$ になります。このある分数の分母に13を加え、分子から2を引いて約分すると $\frac{1}{2}$ になります。このある分数を求めなさい。

【考え方】

- $\frac{5}{9}$ を、 $⑤ : ⑨$ と比の形にすると、この分子の⑤から2を引き、分母の⑨に13を加えた結果が ①:② になるので、倍数算ととらえられる。
- さらに、一定のものがない、「**一定なしの倍数算**」なので、「仮に、変化後の比 ①:② が同じ比の、**②:②** だったら」と考える。



一定のものがないので、「変化後の比が**仮に同じ②**」だったとする。

【解法1】 2つの比を合わせて「表」を使って解く方法

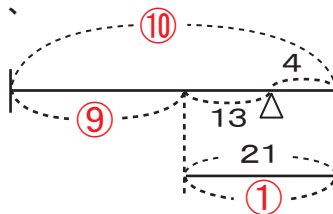
- 変化後の比の ①と② を**最小公倍数の②**に合わせ、同じ比にするため、
 \rightarrow 分子の数字を全て2倍して、分母の数字は全て1倍する。
- その結果、「分子は、⑩から4引いたら②となり」、
「分母は、⑨に13足したら②となり」どちらも②と比がそろうことになる。
- この結果、分子と分母のはじめの比の差 $⑩ - ⑨ = ①$ が、
 $4 + 13 = 21$ と等しいことになる。
- したがって、はじめの分子は、

$$21 \times ⑤ = 105$$

$$\text{分母は、} \quad 21 \times ⑨ = 189 \quad \frac{105}{189}$$

【解法2】 比例式を使って解く方法

- 分子と分母のはじめの比は、⑤:⑨であったが、分子は2を引いて(⑤-2)となり、分母は13増え(⑨+13)となる。
- これらが 2 : 1 になるから、
 $(⑤-2) : (⑨+13) = 1 : 2$ となり、
 $(⑤-2) \times 2 = (⑨+13) \times 1$
 $⑩ - 4 = ⑨ + 13$
 $① = 13 + 4 = 21$
- したがって、分子は $21 \times ⑤ = 105$
分母は $21 \times ⑨ = 189$
- よって、求めるべき、ある分数は、
 $\frac{105}{189}$



20アップ・ノウハウ
 (⑤-2)を1袋と考え、これを2倍するから、⑤も2も両方とも、2倍する。

20アップ・ノウハウ
 ⑩ - 4 = ⑨ + 13 は、左のような線分図を書いて①当たりの量を求める。