5章 規則性の「偏差値２０アップ・指導法」

まとめ

1 導入：根本原理 ─ ① 数列 ② 数表 ③ 周期 → 関連づける → 2 例題で解説 → 関連づける → 3 問題演習

※ このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

5. 1 導入（数列・数表・図形の規則性の根本原理を指導）

1 等差数列 …等差数列・奇数列の根本原理をまず導入で捉えさせることが20アップ・ノウハウ！

２０ｱｯﾌﾟ攻略法 ①▷ 等差数列の公式 → 下の説明を見て、自分で作れるように！

（公式1） 等差数列のＮ番目の数 ＝ はじめの数 ＋ となりの数との差 × （ Ｎ － １ ）

（公式 2） 等差数列のＮ番目までの和 ＝ （ はじめの数 ＋ 最後の数 ）× Ｎ ÷ ２

（公式 3） 奇数列の和 ＝ Ｎ × Ｎ …（考え方1 ;「正方形の面積」、 考え方2 ;「平方数」ととらえられる）

● 【（公式1）の説明 】

例えば、右の等差数列で、「⑤番目の数」を求める場合、「はじめの数1」に「となりとの差2」を次々に「間の個数の4回分（5個の数から1つ引いた数）」を加えていけば求まるから、

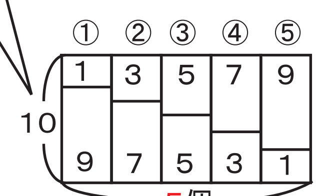
（数の個数）…	①番	②	③	④	⑤	
等差数列 …	1	3	5	7	9	…
となりの数との差（公差）…	2	2	2	2		

⑤番目の数 ＝ はじめの数 ＋ となりとの差 ×（Ｎ － １） ← 間の個数は（Ｎ －1）個

＝ 1 ＋ 2 ×（⑤ － 1）＝1 ＋ 2 × 4 ＝ 9 … ⑤番目の数

● 【（公式2）の説明 】 上の等差数列で、

①番目の1から、⑤番目の9までの和「1＋3＋5＋7＋9」を求める場合、「1＋3＋5＋7＋9」に、これをさかさまにした「9＋7＋5＋3＋1」を下に加え、「1＋3＋5＋7＋9」＋「9＋7＋5＋3＋1」を考えると、右図のように「長方形の面積」に例えることができる。これをたてに見ると、1＋9も3＋7もどれも10になり「長方形のたての長さ」に例えることができ、また、この10が足すべき数の個数の5つ分あるから、これを長方形の横の長さに例えられる。したがって、「1＋3＋5＋7＋9」＋「9＋7＋5＋3＋1」は、10×⑤個と右の長方形の面積と同じことになる。しかし、これでは、「1＋3＋5＋7＋9」の2倍になっているので、最後に2で割る必要がある。 したがって、

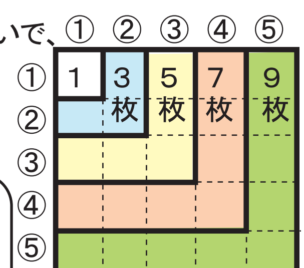


⑤番目の9までの和 ＝ （ はじめの数 ＋ 最後の数 ）× Ｎ ÷ 2 ←2倍になっているから2で割る

（ 1 ＋ 9 ）× ⑤個 ÷ 2 ＝ 10 × 5 ÷ 2 ＝ 25

● 【（公式3）の説明 】 上のように、等差数列が、奇数列の場合、（公式2）を使わないで、

もっと簡単に求まる。1 枚□のタイルを、1枚 ,3枚 ,5枚 ,7枚 ,9枚と奇数枚ずつ右の図ように逆Ｌ字型に貼り付けていくと、1辺が1ずつ大きくなった「正方形の面積」として求まる。



奇数列の和（⑤番目の奇数までの和）

＝ 1＋3＋5＋7＋9

＝ Ｎ × Ｎ

＝ ⑤ × ⑤ ＝ 25

「奇数列の和」1＋3＋5＋7＋9は「正方形の面積」として求まる。また、同じ数を2つかけた「平方数」にもなっていることをおさえること。

【等差数列の例】
7, 10, 13, 16 … という数列があります。この数列の10番目までの数の和を求めなさい。

【考え方】
（ステップ1）まず、⑩番目の数を求めるには、はじめの数が7、となりの数との差（公差）が3 の等差数列だから、はじめの数7に3を「間の数（本問では9箇所）」ぶん足せば良い。
（ステップ2）「⑩番目までの数の和を求める公式」を利用する。

（数の個数）… ① ② ③ ④ ⑩
等差数列 … 7, 10, 13, 16, … □
となりの数との差（公差）… 3 3 3 … 3

【解き方】⑩番目の数までの「間の数」は、「10−1＝9個」だから、

7 ＋ 3 × （10−1） ＝ 7 ＋ 27 ＝ 34…⑩番目の数
間の個数

（ 7 ＋ 34 ）× ⑩個 ÷ 2 ＝ 205…⑩番目までの和

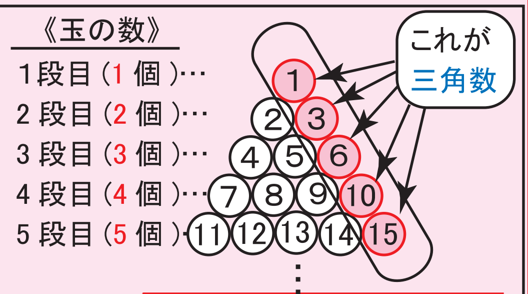
20アップ・ノウハウ
（1）等差数列の⑩番目の数
＝はじめの数＋となりの数との差×（⑩−1）
（2）等差数列のN番目までの和
＝（はじめの数＋最後の数）×N÷2

2 三角数と四角数 …三角数と四角数はよく出る。体系的に捉えさせることが20アップ・ノウハウ！

20アップ攻略法② ▶ 三角数・四角数を三角形・四角形としてイメージで覚えよう！

（1）三角数とは？…右の図のように、1から順に番号をつけたボールを上から順に1個、2個、3個と並べた場合、各段の一番右にある○の番号「1, 3, 6, 10, 15, 21 …」をそれぞれ「三角数」という。

《ポイント》はボールに書いてある「番号」ではなく、各段のボールの「個数（自然数；1, 2, 3…）」を順に足すことです。

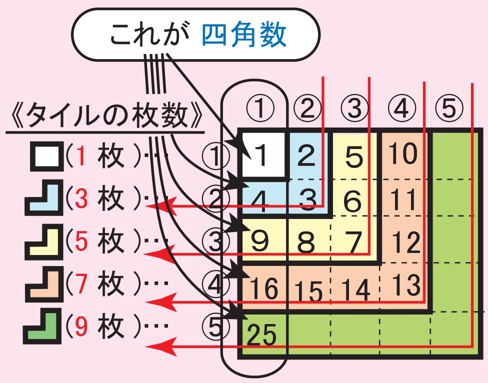


例
「1段目の一番右の三角数」＝1個 ＝ 1
「2段目の一番右の三角数」＝1個＋2個 ＝ 3
「3段目の一番右の三角数」＝1個＋2個＋3個 ＝ 6
⋮
「5段目の一番右の三角数」＝$\underbrace{1個＋2個＋3個＋4個＋5個}_{自然数の和}$＝15

20アップ・ノウハウ
① 「三角数」＝「自然数の和」
② ボールの「番号」ではなく各段の「個数」を順に足す。
③ 各段の「個数」は、段数と同じ。（N段にはN個ある）

（2）四角数とは？…1から順に番号をつけた□のタイルを、1枚、3枚、5枚…と「奇数枚」ずつ、逆L字型に ┘、┘、┘、┘ とならべていくと、たてと横が1cmずつ大きくなった「正方形」になります。
このとき、一番左の列の番号である「1, 4, 9, 16, 25, …」をそれぞれ「四角数」という。

《ポイント》はタイルに書いてある「番号」ではなく、各逆L字型の「枚数」を順に足すことです。この枚数は、1, 3, 5, 7, 9…の奇数枚となっているので、「奇数列の和」つまり「平方数」が「四角数」とも言えます。



例
「①段1列目の四角数」 ＝ 1枚 ＝ ①×① ＝ 1
「②段1列目の四角数」 ＝ 1枚＋3枚 ＝ ②×② ＝ 4
「③段1列目の四角数」 ＝ 1枚＋3枚＋5枚 ＝ ③×③ ＝ 9
⋮
「⑤段1列目の四角数」 ＝$\underbrace{1枚＋3枚＋5枚＋7枚＋9枚}_{奇数列の和}$＝⑤×⑤＝ 25
平方数
正方形の面積

20アップ・ノウハウ
① 「四角数」＝「奇数列の和」＝「平方数」＝「正方形の面積」
② 「番号」ではなくタイルの「枚数」を順に足す
③ 逆L字型の「枚数」は「奇数枚」となっている。

3　数表の規則性 …「あまりによる分類」と「数列の応用」と捉えさせることが20アップ・ノウハウ！

【数表の例】 右の表のように、1から順に数をならべます。
（1） 15行2列の数は何ですか。
（2） 96は何行何列ですか。
（3） 表のように枠で囲まれた5個の数の和が170のとき、5個の数のうち最も小さい数を求めなさい。

6で割ったあまり　　あまり「0」に注意

6で割ったあまり	1	2	3	4	5	0
	1列	2列	3列	4列	5列	6列
1行	1	2	3	4	5	6
2行	7	8	9	10	11	12
3行	13	14	15	16	17	18
4行	19	20	21	22	23	24
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

２０アップ攻略法 ③ ▷ 数表→「あまり」により分類しよう！

【考え方】 例えば2列の数「2, 8, 14, 20…」で考えると、

① 「数表」は ⇒ 「あまり」により分類しよう！
数が横に6個ずつ並んでいるから、2列の数は、「6で割ると2あまる数」のグループとなる。

② 「たての列」は ⇒ 「等差数列」になっている！
たてに見ると、「はじめの数が2」、「公差（となりの数との差）6」の「等差数列」となっている。

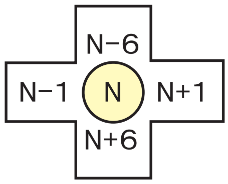
③ 「点対称の位置にある数の和」は ⇒ 「中心の数の倍数」となる！
✚の枠で囲まれた5つの数は、真ん中の11を中心として「点対称の位置」にある。このように、5つの数の和は、中心の数をＮとおくと、（N－6）＋（N－1）＋N＋（N＋1）＋（N＋6）となり、－6,－1が＋6,＋1と打ち消し合って、結局、N×5と等しくなり、「中心の数の倍数」となる。

【解き方】
（1） 2列の数は、「はじめの数が2」、「公差6」の「等差数列」となり、その15番目の数（15行のため）だから

$2 + 6 \times \underbrace{(15番 - 1)}_{間は14個} = \underline{\underline{86}}$ … 15行2列の数

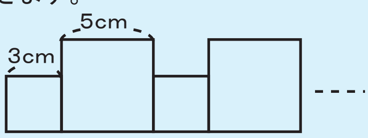
（2） 1行に6個ずつ数がならんでいるから、まず、96をこの6個で割り「あまり」を出すと、
96 ÷ 6 ＝ 16 あまり 0 ⇒ 6個ずつ並んだ行が「16行」あり、あまりが0だから「6列」と分かる
したがって、96は、 16行6列

（3） 表のような5個の数は、「点対称」の位置にあるから、真ん中の数をＮとすると、5つの和は、右の図から、結局Ｎが5つ分と等しくなり、「N×5」となる。したがって、
N × 5 ＝ 170 となるから、
N ＝ 170 ÷ 5 ＝ 34 … 真ん中の数
したがって、一番小さい数は、
34 － 6 ＝ 28 … 最小の数



4　図形の規則性 …「等差数列の応用」と捉えさせることが20アップ・ノウハウ！

【図形の規則性の例】 1辺が3cmと、1辺が5cmの正方形を図のように交互に並べていきます。
（1） 正方形を合わせて30枚ならべたときにできる図形のまわりの長さは何cmになりますか。
（2） 図形の面積が587cm²になるのは、正方形を全部で何枚ならべたときですか。

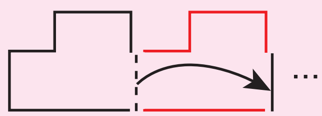


２０アップ攻略法 ④ ▷ 図形の規則性 → 「表」を作るのが２０アップノウハウ！

（1）「図形の規則性」 ⇒ 「等差数列」の応用が多い！
⇒ 図形の周期を探せ！

（2） 右図のように ⇒
問題用紙に《正方形の枚数》、《周りの長さ》《面積》などの「表」を書き加え、解く糸口を見つけやすくするとよい！

問題用紙に書き加え「表」を書く！



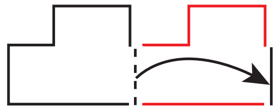
《正方形の枚数》	2枚	4枚
《周りの長さ》	26cm	46cm
	20cm	
《面積》	34cm²	68cm²
《線の本数》	6本	10本

【解き方】

（1） 正方形を2枚ずつ1組とすると、2枚のときは26cm、4枚のときは46cm、6枚のときは66cmと、20cmずつ増えるから、「はじめの数が26」、「公差20」の「等差数列」となり、

30枚 ÷2枚＝15組より、　15組までの図形の長さは、

26 ＋ 20 × (15組 － 1) ＝ 306 cm



…

《正方形の枚数》	2枚	4枚
《周りの長さ》	26cm	46cm
	20cm	
《面積》	34cm²	68cm²

（2） 正方形2枚1組の面積は、34cm²になるから、

587 ÷ 34 ＝ 17組 あまり 9cm²　⇒　17組と1枚（9cm²）を表しているから、

2枚 × 17組 ＋ 1枚 ＝ 35枚

5 周期の規則性 …「表」を書くことによって解く糸口を見つけさせることが20アップ・ノウハウ！

【周期の規則性の例】

1，2，3，3，1，2，3，3，1，2，3，3，1，2 … という数列について、次の問いに答えなさい。

（1） はじめから50番目の数を求めなさい。

（2） はじめから50番目までの数の和を求めなさい。

（3） 15個目の2は、全体で何番目ですか。

（4） はじめから順に加えると、合計が93になるのは何番目ですか。

２０アップ攻略法 ⑤ ▶ 周期の規則性 → 「表」を作るのが２０アップノウハウ！！

（1） 「周期の規則性」⇒「等差数列」の応用が多い！

（2） 右図のように　⇒

問題用紙に《組数》、《数の個数》、《2の個数》、《和》などの「表」を書き加え、解く糸口を見つけやすくするとよい！

問題に書き加えて表を作る

《組数》	1組				2組				
《個数》	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
《数列》	1，	2，	3，	3，	1，	2，	3，	3	…
《2の個数》		1個目				2個目			
《和》	9				9				

【解き方】

4個の周期が12組

（1） 50個 ÷4個＝12組 あまり 2個（1，2）　←　1組「1，2，3，3」の4個ずつの数の繰り返しだから、4で割ると12組の周期あり、13組目の2番目の2と分かる

したがって、 50番目の数は 2

（2） 9 × 12組 ＋ 1 ＋ 2 ＝ 111　←　1組の和は9で、その組が12組あり、さらにあまりの「1と2」を足す

（3） 4個 ×14組 ＋ 2個 ＝ 58番目　←　1組に2は1個あるから、15個目は、15組目にある。つまり4個ずつの数が14組あり、その次の15組目で、2は2個目の数である

（4） 93 ÷ 9 ＝ 10組 あまり 3　←　1組の和9で割る。10組とあまりの3は、「1＋2」の2個の和の3である

4個 × 10組 ＋ 2個 ＝ 42番目

規則性の２０アップ攻略法（まとめ）▶ それぞれの規則性を解くには「２０アップノウハウ」がある！

数 列	① 「等差数列のN番目の数」や「等差数列の和」、「奇数列の和」の公式を覚え利用する！ ② 「三角数＝自然数の和」や「四角数＝奇数列の和」を覚え　⇒　使えるようにする！ ③ 「個数」に着目する　⇒　それぞれの段や列、周期のカードの「個数」に着目する！
数 表	① 「あまり」により分類する　⇒　カレンダーの問題など、「あまり」でグループ分けをする！ ② 「等差数列」を利用させる場合が多いことを把握する　⇒　「等差数列」の公式はよく出る！ ③ 「点対称の位置の数」は　⇒　「中心の数の倍数」となっていることを利用する！
図 形	① 「表」を書いて糸口を見つける　⇒　問題用紙に書き込んで、「表」を作るとヒントが見えてくる！ ② 「等差数列」を利用させる場合が多いことを把握する　⇒　「等差数列」の公式はよく出る！
周 期	① 「表」を書いて糸口を見つける　⇒　問題用紙に書き込んで、「表」を作るとヒントが見えてくる！ ② 「最小公倍数」と「あまり」を利用する　⇒　「最小公倍数」は様々な文章題にからませて出る！

5.2 例 題（例題で根本原理を確認）

● 5. 1の「導入」で学習した「根本原則（①数列②数表③図形④周期）が実際の問題でどのように問われているかを、以下の

例題1 過不足算 … あまりと不足がある差集め算

集まった子供にみかんを6個ずつ配ったところ、9個足りなくなりました。そこで、5個ずつにして配りなおしたところ、最後の2人には6個ずつ配ることができました。みかんは全部で何個ありますか。

5 周期の規則性 …「表」を書くことによって解く糸口を見つけさせることが20アップ・ノウハウ！

【周期の規則性の例】

1, 2, 3, 3, 1, 2, 3, 3, 1, 2, 3, 3, 1, 2 … という数列について、次の問いに答えなさい。

（1） はじめから50番目の数を求めなさい。
（2） はじめから50番目までの数の和を求めなさい。
（3） 15個目の2は、全体で何番目ですか。
（4） はじめから順に加えると、合計が93になるのは何番目ですか。

２０アップ攻略法⑤ ▶ 周期の規則性 → 「表」を作るのが２０アップノウハウ！！

（1）「周期の規則性」⇒「等差数列」の応用が多い！
（2） 右図のように ⇒
問題用紙に《組数》、《数の個数》、《2の個数》、《和》などの「表」を書き加え、解く糸口を見つけやすくするとよい！

問題に書き加えて表を作る

	1組				2組				
《組数》	1組				2組				
《個数》	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
《数列》	1,	2,	3,	3,	1,	2,	3,	3	…
《2の個数》	1個目				2個目				
《和》	9				9				

【解き方】

4個の周期が12組

（1） 50個 ÷4個＝12組 あまり 2個 ← 1組「1, 2, 3, 3」の4個ずつの数の繰り返しだから、4で割ると12組の周期あり、13組目の2番目の2と分かる
1, 2
したがって、 50番目の数は 2

（2） 9 × 12組 ＋ 1 ＋ 2 ＝ 111 ← 1組の和は9で、その組が12組あり、さらにあまりの「1と2」を足す

（3） 4個 ×14組 ＋ 2個 ＝ 58番目 ← 1組に2は1個あるから、15個目は、15組目にある。つまり4個ずつの数が14組あり、その次の15組目で、2は2個目の数である

（4） 93 ÷ 9 ＝ 10組 あまり 3 ← 1組の和9で割る。10組とあまりの3は、「1＋2」の2個の和の3である
4個 × 10組 ＋ 2個 ＝ 42番目

例題3　数表の規則性　…　ここでも四角数（平方数）の問題がよく出る！

右の表のように数が並んでいます。たとえば3行4列の数は14です

（1）　50は何行何列目ですか。

（2）　10行16列目の数は何ですか。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列
1行	1	4	9	16	25	36
2行	2	3	8	15	24	35
3行	5	6	7	14	23	34
4行	10	11	12	13	22	33
5行	17	18	19	20	21	32
6行	26	27	28	29	30	31

【考え方】

右の表の ⌐ のように見ていくと、1行目の1，4，9…は、「平方数」つまり「四角数」となっている。ここに着目して、まず、1行目の数が何かを求め問題を解き進めていけばよい。　⇒　5-2「三角数と四角数」を参照。

平方数（四角数）

	1列	2列	…	6列	7列
1行	1	4	…	36	49
2行	2	3			
⋮					
7行	37				
8行	50				

【解き方】

（1）　1行目は、1＝1×1、4＝2×2、9＝3×3…と、（列の数）×（列の数）つまり「平方数」になっている。ここで、50以内で一番近い平方数は49（7×7）である。このため、1行7列目は、7×7＝49となり、50はその次の数だから、8行1列目となる。　8行1列目

	1列	…	10列	…	16列
1行				…	256
⋮					
10行					247
16行					

−9

（2）　まず1行16列目は、16×16＝256である。10行16列目は、1行16列目の 256 より 10 − 1 ＝ 9 だけ小さいから、

256 − 9 ＝ 247　となる。

例題4　周期の規則性…周期を見つけ、最小公倍数を利用して解く問題が多い！表を書くのがコツ！

赤電球は2秒間ついて1秒間消え、青電球は3秒間ついて1秒間消えることをくりかえします。

（1）　同時に赤と青の電球がついてから、次に同時につくのは何秒後ですか。

（2）　同時についてから2分30秒間の間に、赤と青の電球がともについているのは何秒間ですか。

【考え方】

① 「周期」の問題は、この問題のように単独で出るよりも、「点の移動」や「図形」、「数の性質」にからめてよく出されます。確実に慣れてください。

② この手の「周期」の問題を解くコツは、「表を書く」ことです。ヒントを見つける手がかりとなります。

表が書ければ解けたも同然

《周期》…　1周期　2周期

《秒数》…　1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 …

赤（3の倍数）…○○×○○×○○×○○×○○×…

青（4の倍数）…○○○×○○○×○○○×○○○×…

《同時につく時間》　6秒間

【解き方】

（1）　赤の電球も青の電球も「ついている時間と消えている時間の合計」が1周期となります。つまり、赤は3秒周期、青は4秒周期となることに注意してください。

したがって、次に同時につくのは、3と4の最小公倍数である

12秒後　となります。

20アップノウハウ

赤も青もついている時間の2秒と3秒の周期ととらえてはいけない。

（2）　12秒間を1周期として、1周期の間に赤と青が同時についているのは、6秒間（表の ⬭ の部分）ある。そこで、2分30秒（150秒）の中に12秒の周期が、何周期あるか、150を12で割ると、

150 ÷ 12 ＝ 12周期 あまり 6秒　⇒　12周期とあと6秒ある

さらに、あまった6秒の間に同時についている時間は表より、3秒と分かるから、

6秒 ×12周期＋3秒＝75秒間

20アップノウハウ

周期の問題は、1周期だけを詳しく分析できればいいので、1周期ぶんだけしっかり表を書くことが重要！あとはそのくり返しにすぎないことを理解する。