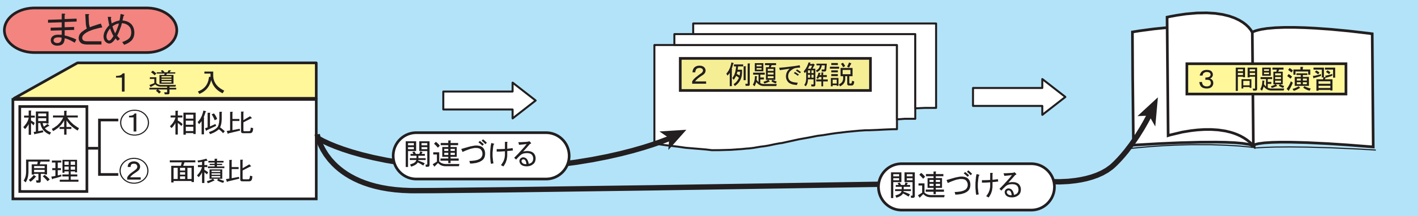
13章 平面図形 (1) の「偏差値20アップ・指導法」

まとめ



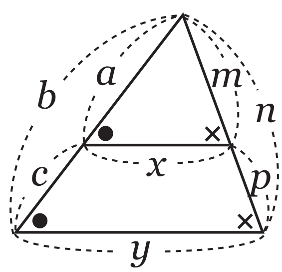
※ このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

13.1 導入（相似 の根本原理を指導 ）

２０アップ攻略法 ① ▶ 「相似」の４パターンを覚え、発見できるようになろう！

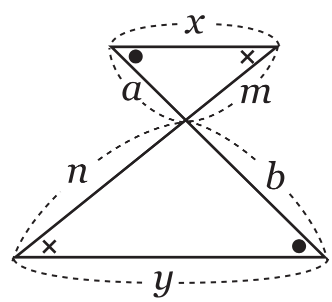
1 平行線型の相似 …この2つは、よく出るので必ず発見できるようにすること！

① ピラミッド相似



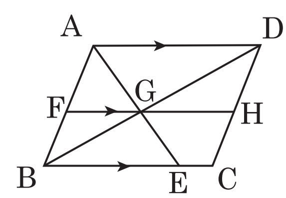
相似比＝ $a : b = m : n = x : y$
単なる辺の比＝ $a : c = m : p$

② クロス相似



相似比 ＝ $a : b = m : n = x : y$

【例1】例えば、下の図には、相似な図形が沢山あります。探してみよう！

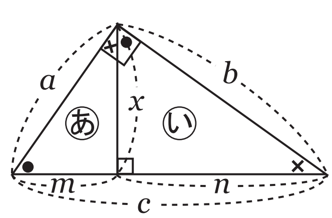


① ピラミッド型の相似な図形は、△AFG と△ABE。△DGH と△DBC。△BGF と△BDA があり、

② クロス型の相似な図形は、△ADG と△EBG。△FBG と△HDG。がある。

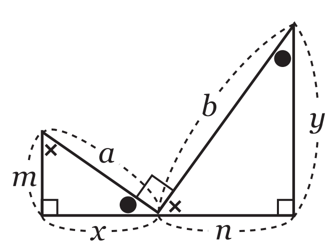
2 直角三角形型の相似 …この2つが出ると、ほとんどの子が解けない！

③ イカ相似



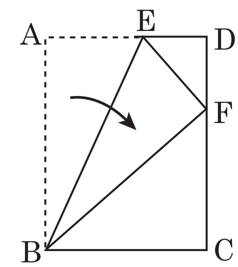
$x = a \times b \div c$（面積の利用）
$m : n =$ あ : い $= (a \times a) : (b \times b)$

④ ミミ相似



$a : b = m : n = x : y$

【例2】例えば、下の図には、相似な図形があります。探してみよう！



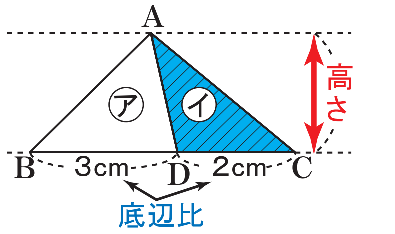
① △EDF と△FCB が直角三角形型の相似となる（左のミミ相似）。
② ほとんどの子が解けない図。
③「折り返した場合、重なっていない1枚の部分は相似になる。」

２０アップ攻略法 ② ▶ 「面積比」の8パターンを覚え、発見できるようになろう！

●「面積比」の問題では、以下の7つのパターンが繰り返し出題されています。ここでも記憶しやすいように名前をつけてあります。この「ネーミング法」は学習者の記憶に残りやすいだけではなく、指導者側にとってもいちいち「高さの等しい…」などと説明しなくてもすみますので、「解説の合理化」を図ることができます。

1 高さ一定

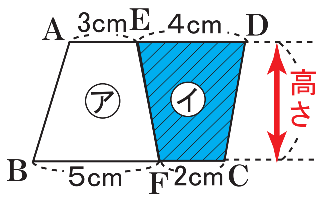
① 双子山 型（1）



● 高さの等しい三角形の面積比は底辺比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 底辺比
＝3 ： 2

② 双子山 型（2）



● 高さの等しい台形の面積比は（上底＋下底）比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝（上底＋下底）の比
＝（3＋5）：（4＋2）＝4 ： 3

● 平面図形で「比」が問われる場合、

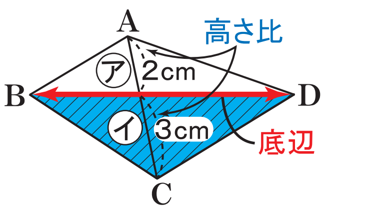
⇒「相似」とこの「双子山」で解ける場合がほとんどです。

⇒ それにもかかわらず、苦手な子が多いのは、”発見”ができないからです。

⇒ 各問題の1問1問の中に「相似」と「双子山」がどのようにひそんでいるか、発見できるようになってください。

2 底辺一定

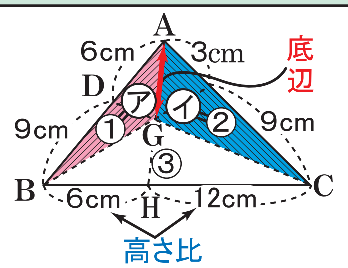
③ 逆さ富士 型



● 底辺の等しい三角形（台形）の面積比は高さ比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 高さ比
＝2 ： 3

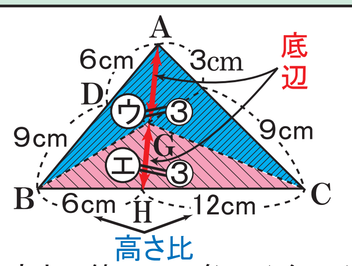
④ ブーメラン型（1）



● 底辺の等しい三角形（台形）の面積比は高さ比に等しい。

面積比 ＝ ㋐：㋑ ＝ 高さ比
＝6cm：12cm ＝2 ： 3

⑤ ブーメラン型（2）

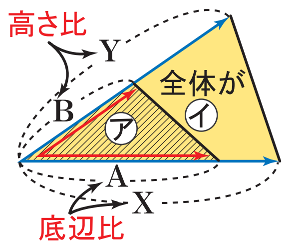


● 高さの等しい三角形（台形）の底辺比は面積比に等しい。

底辺比 ＝ＡＧ：ＧＨ＝ 面積比
＝㋒：㋓ ＝ 3 ： 3

3 一定なし

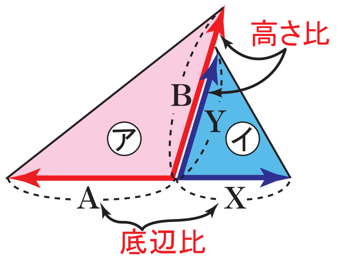
⑥ 重なり 型



● 底辺比＝ A : X
● 高さ比 ＝ B : Y の場合

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

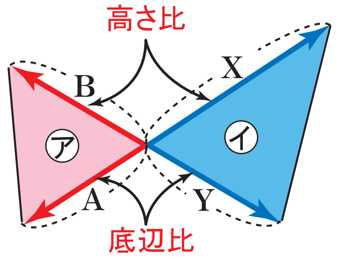
⑦ カブト 型



● 底辺比＝ A : X
● 高さ比 ＝ B : Y の場合

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

⑧ チョウチョ 型



● 底辺比＝ A : X
● 高さ比 ＝ B : Y の場合

面積比 ＝ ㋐：㋑
＝ A×B : X×Y

13.2 例 題 (相似の4パターン・面積比の8パターン)

● 13-1と13-2で学習した「相似の4パターン」・「面積比の8パターン」を以下の例題を使って発見できるように訓練しましょう！

● 下の例題の1問だけで、 上記の12パターンが全て学習できます。 多数の別解を考えることができるよう訓練しましょう。 これこそが、「図形の偏差値20アップ学習法」 です！！

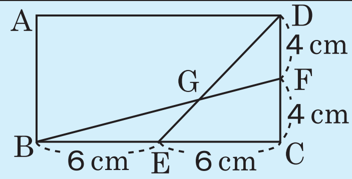
例題1 「相似比」と「面積比」の複合問題 … 相似・双子山などを探せるようにしよう！

右の長方形ABCDについて、 次の問いに答えなさい。

（1） BG と GF の長さの比を求めなさい。（解5まで）

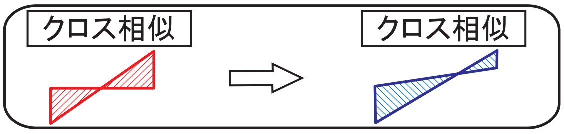
（2） 四角形ABGDの面積を求めなさい。（解3まで）

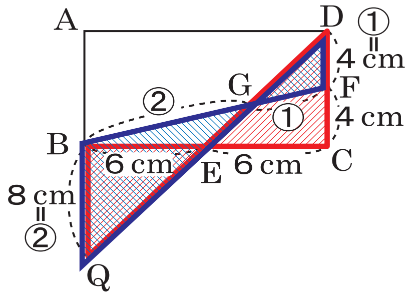
（3） 三角形DGFと三角形BGEの面積の比を求めなさい。（解2まで）



（1）

【解1】

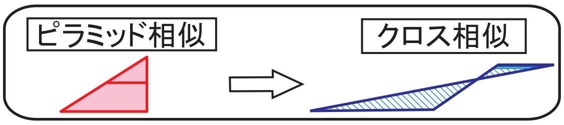


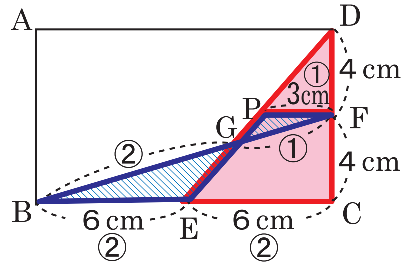


● クロス相似BCDQより、BQ：DC ＝ BE：EC ＝ 6：6 ＝ 1：1 だから、
BQ ＝ DC ＝ 4＋4 ＝ 8cm

● したがって、 クロス相似BFDQより、
BG：GF ＝ BQ：DF ＝ 8 ： 4 ＝ ②：①

【解2】

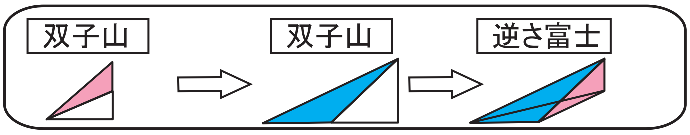


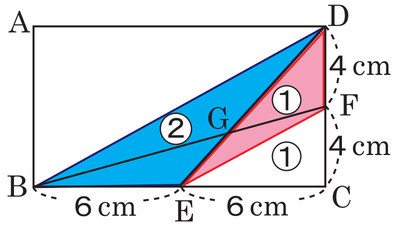


● 辺BCと平行な補助線PFを引く。 ⇒ ピラミッド相似DECができる。
PF：EC ＝ DF：DC ＝4 ： 8＝1 ： 2 となるから、PF ＝ $6\times\frac{1}{2}$ ＝ 3cm

● クロス相似PEBFより ⇒ BG：GF ＝ BE：PF ＝ 6 ： 3 ＝ ②：①

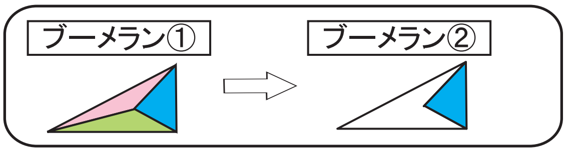
【解3】

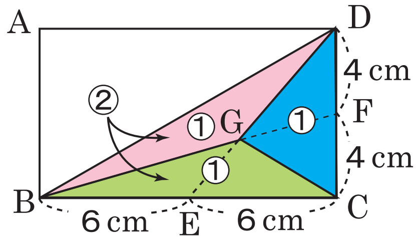




● △DEF ： △CEF ＝4 ： 4＝ ①：① より、 △DEC ＝ ② とすると、
△DBE ： △DEC ＝ 6 ： 6 ＝ ②：② したがって、
BG：GF ＝ △DBE ：△DEF ＝ ②：①

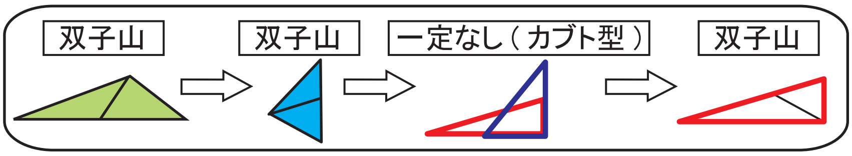
【解4】

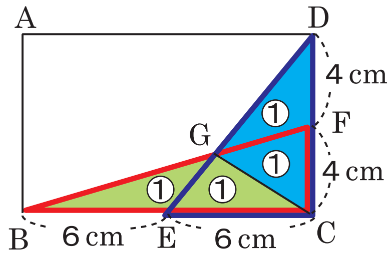




● △DBG ： △BGC ＝ 4 ： 4 ＝ ①：①。 また、
△DBG ： △DGC ＝ 6 ： 6 ＝ ①：①。 より、
BG ： GF ＝ □DBCG ： △DGC ＝ ②：①

【解5】

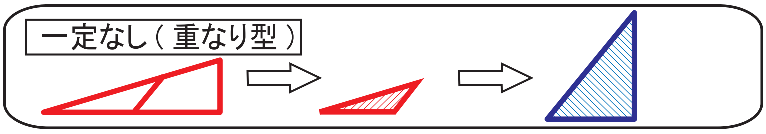


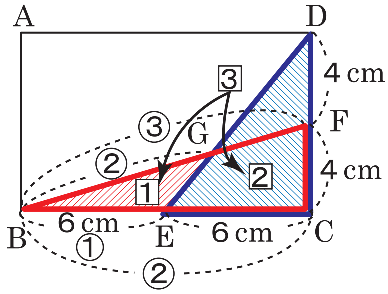


● △GBE ： △GEC ＝ ①：①。 △GCF ：△GFD ＝ ①：①。 また、
△BFC ： △DEC ＝ (12×4)：(6×8) ＝ ③：③ と等しいから、
△GBE ＝ △GEC ＝ △GCF ＝ △GFD ＝ ① したがって、
BG ： GF ＝ △BGC ： △GCF ＝ ②：①

(2)

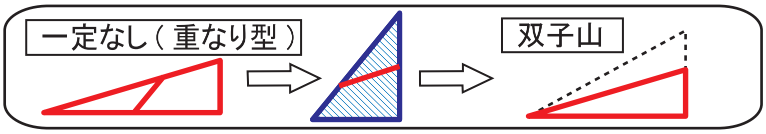
【解1】

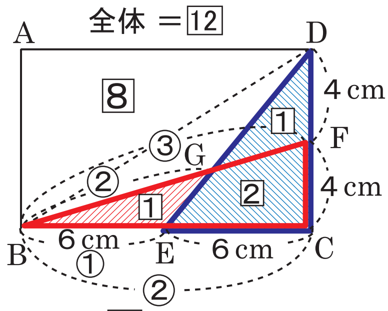




- BG : BF ＝ ② : ③　BE : BC ＝ ① : ②　より、
  △BGE : △BFC ＝（①×②）:（②×③）＝ $\boxed{1}$: $\boxed{3}$　となるから、
  △BGE ＝ △BFC × $\frac{1}{3}$ ＝（12 × 4 ÷ 2）× $\frac{1}{3}$ ＝ 8 cm
- △DEC ＝ 6 × 8 ÷ 2 ＝ 24 cm　したがって、
  四角形ABGD ＝ 12 × 8 －（8 ＋ 24）＝ <u>64cm²</u>

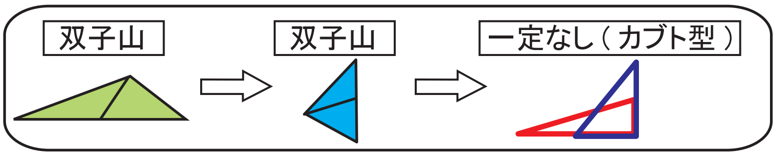
【解2】

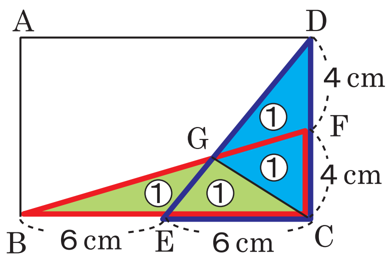




- BG : BF ＝ ② : ③　BE : BC ＝ ① : ②　より、
  △BGE : △BFC ＝（①×②）:（②×③）＝ $\boxed{1}$: $\boxed{3}$　となり、
  △BFC : △DEC ＝（12×4÷2）:（6×8÷2）＝ $\boxed{3}$: $\boxed{3}$　となるから、
  △BGE : □GECF : △DGF ＝ $\boxed{1}$: $\boxed{2}$: $\boxed{1}$
- △BDC ＝ △BFC × 2 ＝ $\boxed{3}$ × 2 ＝ $\boxed{6}$　より、長方形ABCD＝ $\boxed{6}$ × 2 ＝ $\boxed{12}$ となるから、
  四角形ABGD ＝ $\boxed{12}$ －（$\boxed{1}$＋$\boxed{2}$＋$\boxed{1}$）＝ $\boxed{8}$　したがって、
  四角形ABGD ＝ 12×8× $\frac{\boxed{8}}{\boxed{12}}$ ＝ <u>64cm²</u>

【解3】

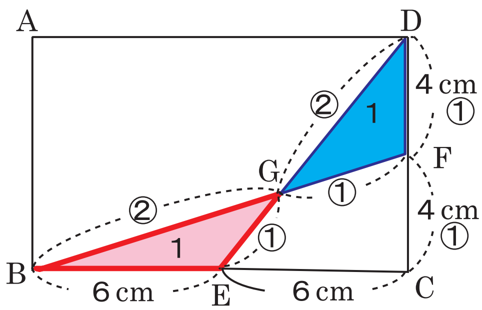




- （1）の【解5】より、
  △GBE ＝ △GEC ＝ △GCF ＝ △GFD ＝ ①
- △BFC : 四角形DGBC ＝ ③ : ④　より、
  四角形DGBC ＝ △BFC × $\frac{④}{③}$ ＝ 12 × 4 ÷ 2 × $\frac{④}{③}$ ＝ 32 cm²
  したがって、
  四角形ABGD ＝ 12 × 8 － 32 ＝ <u>64 cm²</u>

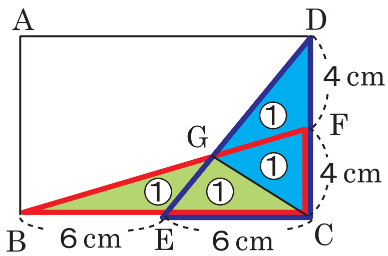
(3)

【解1】



- （1）より、　BG : GF ＝ ② : ①
  また、DG:GEも同様に求められるから、　DG : GE ＝ ② : ①
- △DGFと△BGEで、
  底辺比 ＝ DG : GE ＝ ② : ①
  高さ比 ＝ FG : GB ＝ ① : ②　より、
  △DGF : △BGE ＝（②×①）:（①×②）＝ <u>1 : 1</u>

【解2】



- （1）の【解5】より、
  △GBE ＝ △GEC ＝ △GCF ＝ △GFD ＝ ①　だから、
  △DGF : △BGE ＝ <u>① : ①</u>