# 4章 倍数の「偏差値20アップ・指導法」

まとめ

1 導入 根本原理 ① 倍数 ② 公倍数 → 関連づける → 2 例題で解説 → 関連づける → 3 問題演習

※ このように、「①導入で根本原理」をしっかり指導し、「②その根本原理を例題でイメージさせ」、その後に自習として「③問題演習をさせる」と、うそのように簡単に成績は上がるのです。下の具体例で確認してください。

## 4. 1 導入（倍数の根本原理を指導）

### 1 倍数の意味…初めて学ぶ際に倍数の意味を具体的に捉えさせるところが、20アップ・ノウハウ！

● 倍数が苦手となる理由 … 通常の塾では、4年生の頃に、ざっと「倍数の意味」を指導しますが、ここで、「倍数の意味」を確実に捉え切れていない子が多く、後々、「倍数の問題が苦手」ということになっています。このため、初めて「倍数」を指導する際に、「倍数・公倍数・最小公倍数の意味」をしっかりイメージ（映像）として捉えさせ、マスターさせることが重要です。決しておろそかにしてはいけません。

**20アップ攻略法 ①** ▷ 倍数・公倍数・最小公倍数の意味を覚えろ！

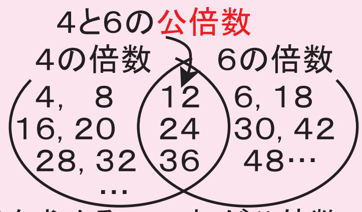
（1）倍数 … ある整数（例えば4）を、整数倍（例えば2倍や3倍など）してできる整数（8や12）を倍数という。

12個 ÷ 3人 ＝ 4個ずつ　⇒　A ÷ B ＝ C　の位置で覚えろ！
倍数　約数　約数　　倍数　約数　約数
12 ＝ 3 × 4　⇩　A ＝ B × C　の形でも覚えろ！

※【倍数の意味】…12は、3や4を何倍かしてできた数だから ⇒ 12は、3や4の倍数である。
つまり、3の段、4の段のそれぞれの数は全て、3や4の倍数ということになる。

（2）公倍数 … 2つ以上の整数（例えば4と6）に共通な倍数（4の倍数でもあり、6の倍数でもある整数を4と6の公倍数という。）

（4の倍数 … 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, …）
（6の倍数 … 6, 12, 18, 24, 30, 36, …）




（3）最小公倍数 …公倍数のうち、最小のもの（4と6の最小公倍数は12）

※【公倍数の見つけ方】…① まず、4と6の最小公倍数12を求め、
② 次に、その最小公倍数12の倍数{12,24,36}を求める。←これが公倍数

【例】（1） 8の倍数を小さいほうから5つあげなさい。
（2） 8と12と18の最小公倍数と公倍数を小さいほうから3個求めなさい。

（1） 8の倍数は、8の段の、8×1, 8×2, 8×3…だから、
{8, 16, 24, 32, 40}

（2）8と12と18の最小公倍数は、右の連除法より、
2×2×3×2×1×3＝72となるので、
8と12と18の最小公倍数は、72となる。
したがって、公倍数は、最小公倍数72の倍数だから、
{72, 144, 216}となります。

20アップ・ノウハウ
公倍数
＝最小公倍数の倍数

【連除法】

```
2 ) 8  12  18
2 ) 4   6   9   そのまま
3 ) 2   3   9
    2   1   3
    そのまま
```

# 4. 2 例　題（例題で倍数の根本原理を確認）

## 1 倍数　と　あまり　… はじめの時点で倍数を具体的にイメージさせることが、20アップ・ノウハウ

● 倍数の問題の体系 … 倍数の問題は、以下の5ケースあり､これらが様々な文章題にからめて出題される。

（A パターン）: あまりがない倍数の問題 → 速さや点の移動など様々な文章題にからめて出る。
（B パターン）: あまりがある倍数の問題 ←
（C パターン）: あまりと不足が等しくない問題 （一定なし）→
（D パターン）: あまりが等しい問題 （あまり一定）→
（E パターン）: 不足が等しい問題 （不足一定）→

C,D,E は結局、B パターンに単純化して解く。

### 20アップ攻略法 ② ▷ 約数の問題か倍数の問題か調べる方法

◎ 複雑な問題など、何の問題か分かりづらいときがよくあります。そのような時、下のような「割り算」か「かけ算」の式で表すことができたら、その問題は、「約数の問題」か「倍数の問題」である可能性が高い。

| （割られる数） | | （割る数） | = | （商） | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | ÷ | 4 | = | 3 | ←→ | 12 | = | 4 | × | 3 |
| 4と3の倍数 | | 12の約数 | | 12の約数 | | 4と3の倍数 | | 12の約数 | | 12の約数 |

※ 応用力をつけるためにも、この構造をシッカリ覚えて、「数の性質の問題」を解くときに、必ず、この確認をするくせをつけるようにすることが重要。

### 例題 1　あまりがない倍数の問題（A パターン）… 割り切れる数のみが聞かれる場合

4でも6でも割り切れる数で、200に最も近い整数は何ですか。

【考え方のコツ】

「4でも6でも割り切れる」=「4の倍数でもあり、6の倍数でもある」=「4と6の公倍数」
=「4と6の最小公倍数12の倍数」であるから、
結局、「12の倍数のうち、200に最も近いもの」を求めればいい。

20アップ･ノウハウ
公倍数
=最小公倍数の倍数

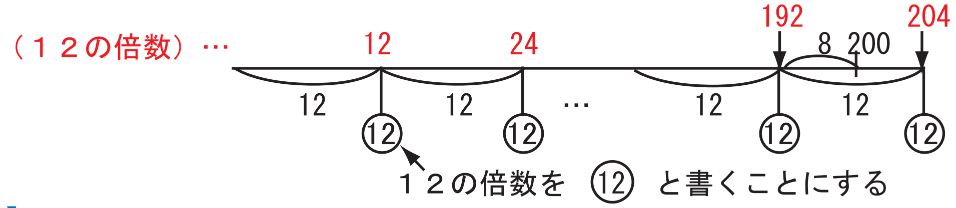
【必ず下のような数直線を書いて考えるくせをつける】

難しい問題では数直線を書かなければ解けない。その時になって書こうとしても、書けないから普段から書くくせを付ける必要がある。

【連除法】

2 ) 4　6
　× 2　× 3
⇩
2 × 2 × 3 = 1 2

最小公倍数は 1 2




【 式 】

200÷12=16　あまり　8
200−8=192　…　200より大きい12の倍数
192+12=204　…200より小さい12の倍数

| 解答 | ２０４ |
|---|---|

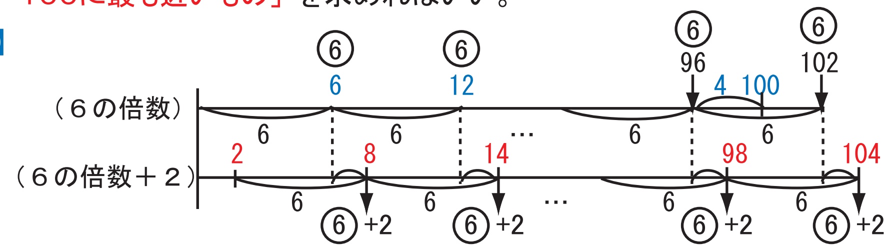
## 例題 2　あまりがある倍数の問題（Bパターン）　…　割り切れない場合の処理

6で割ると2あまる数で、100に最も近い整数は何ですか。

【考え方のコツ】

□÷6　と表すことができ、割られる数□を求めるのだから、「倍数の問題」と分かる。
「6で割ると2あまる数」=「6の倍数に2を足した数」=「⑥＋2」と書くことにする。
結局、「6の倍数より2大きい数のうち、100に最も近いもの」を求めればいい。

【必ず右のような数直線を書くくせをつける】




【　式　】

まず、100に近い6の倍数を求めると、
100÷6＝16　あまり　4　　より、
100−4＝96　…（6の倍数）
96＋6＝102　…（次の6の倍数）
したがって、6の倍数より2大きい数は、
96＋2＝98　…（6の倍数＋2）
102＋2＝104　…（次の6の倍数＋2）　　よって、100に最も近いのは98

| 解答 | ９８ |
|---|---|

## 例題 3　あまりと不足が等しくない倍数の問題（一定なし）（Cパターン）

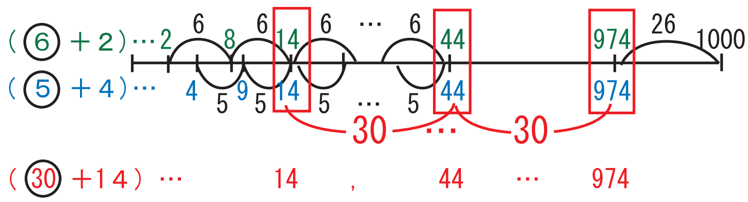
6で割ると2あまり、5で割ると4あまる3ケタの整数のうち、最大の整数を求めなさい。　（女子学院中）

【考え方のコツ】

「6で割ると2あまる数」=「6の倍数に2を足した数」=「⑥＋2」
「5で割ると4あまる数」=「5の倍数に4を足した数」=「⑤＋4」と書くことにすると、
最終的に、「㉚＋14」となり、（Bパターン）になることをシッカリ覚える。

**20アップ・ノウハウ**
下のような簡単な数表を書く。(ただし、これ以上詳しく書く必要はない。)

【ステップ1】まず、表を書き、整理する。




【ステップ2】最小の数を書き上げて見つける。

右の表より、6で割ると2あまり、5で割ると4あまる数のうち、最小の数は、14と分かる。

【ステップ3】最小公倍数ずつ増える規則を把握

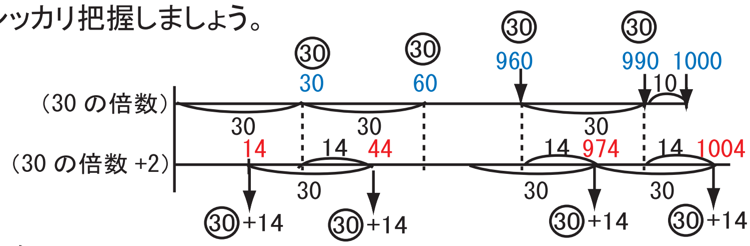
最小の14から2番目の数44までは、数え上げて探すのではなく、14から6の倍数分離れており、また5の倍数分離れているのだから、「6と5の最小公倍数30ずつ足した数」が「6で割ると2あまり、5で割ると4あまる数」ということになる（表で、□、赤字の数）。

**20アップ・ノウハウ**
ほとんどの子が、44を書き上げて見つけようとするが、6と5の最小公倍数30を足してやれば、⑥+2にも、⑤+4にもなるということを理解。

【ステップ4】Bパターン（例題2）に単純化されていることを把握（㉚＋14）

「30で割ると14あまる数で、3ケタの整数のうち、最大の整数を求めなさい。」
という（Bパターン）の問題と同じになる。一見難しそうに見えても、結局Bパターンに単純化して解くことができることをシッカリ把握しましょう。

【　式　】




まず、1000に近い30の倍数を求めると、
1000 ÷ 30 ＝ 33 あまり 10　より、
30 × 32 ＝ 960　…（30の倍数）
30 × 33 ＝ 990　…（30の倍数）
14あまらせるために、これらの30の倍数に14を足して、
960 ＋ 14 ＝ 974　…（30で割ると14あまる数）
990 ＋ 14 ＝ 1004　…（30で割ると14あまる数）
したがって、3ケタの整数のうち最大の整数は、974となる。

| 解答 | ９７４ |
|---|---|

**20アップ・ノウハウ**
結局、この手の問題は、ほとんど、Bパターンに単純化して解ける。

## 例題４　あまりが等しい倍数の問題（あまり一定）（Ｄパターン）…Ｃパターンを簡略化した問題

（あまり一定）　3で割っても4で割っても2あまる数のうち、2ケタの整数は何個ありますか。
また、最も大きい数はいくつですか。　（明大中野中）

【考え方のコツ】

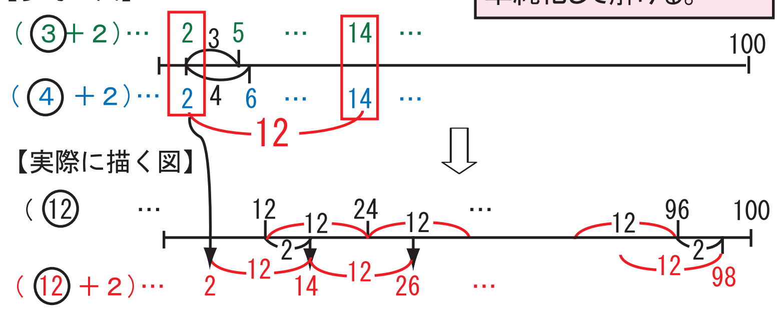
（1）3で割っても、4で割っても「あまりが2」と「あまり一定」だから、最も小さい数はあまりの2となります。そのため、「例題3」の【ステップ2】のように最小の数を書き上げて見つける手間が省けるということをまず把握しましょう。

（2）【ステップ4】Ｂパターン（例題2）に単純化されていることを把握（12＋2）
「3で割っても4で割っても2あまる数」＝「3の倍数に2を足した数でもあり、4の倍数に2を足した数」＝「3と4の最小公倍数12に2を足した数」＝「12＋2」となります。結局、「12の倍数より2大きい数のうち、2ケタの数」を求めればよいから、「Ｂパターン」になっている。

> 20アップ·ノウハウ
> （あまり一定）や（不足一定）の問題は､｢最小の数｣を求める手間が省ける。

> 20アップ·ノウハウ
> 結局､この手の問題は､ほとんど､Ｂパターンに単純化して解ける。

【参考の図】




【　式　】「3で割っても4で割っても2あまる数」
＝「3と4の最小公倍数12に2を足した数」
＝「12＋2」ととらえられるから、まず、
100以内で、12の倍数を求めると、
　100 ÷ 12 ＝ 8 あまり 4 となり、
12で8回割れるから、12の倍数は8個あり、
最大の12の倍数は、
　12 × 8 ＝ 96 …（12の倍数）
一方12で割ると2あまる数は、2も含めるから、
8＋1＝9個あるが、2ケタという条件があるから、2は除くと、9－1＝8個となる。
このうち、最大のものは、2あまるように12の倍数に2を足せばよいから、
　96 ＋ 2 ＝ 98 …（12で割ると2あまる数）

| 解答 | ９８ |
|---|---|

## 例題５　不足が等しい倍数の問題（不足一定）（Ｅパターン）…Ｃパターンを簡略化した問題

（不足一定）　6で割ると4あまり、8で割ると6あまる整数のうち、100に最も近い整数を求めなさい。
（豊島岡女子学園中）

【考え方のコツ】

（1）「6で割ると4あまる数」＝「6で割ると2不足する数」
「8で割ると6あまる数」＝「8で割ると2不足する数」　となり、「不足一定」だから、
「（6と8の最小公倍数の）24で割っても2不足する数」つまり、
「12の倍数から2引いた数（24－2）」となります。

（2）【ステップ4】Ｂパターン（例題2）に単純化されていることを把握（24－2）
「24で割ると2不足する数で、100に最も近い整数を求めなさい。」
という「Ｂパターン」の問題と同様に解くことができることをシッカリ把握しましょう。

> 20アップ·ノウハウ
> 結局､この手の問題は､ほとんど､Ｂパターンに単純化して解ける。

> 20アップ·ノウハウ
> （あまり一定）や（不足一定）の問題は､｢最小の数｣を求める手間が省ける。

【　式　】
まず、100に近い24の倍数を求めると、
　100 ÷ 24 ＝ 4 あまり 4 より、
　24 × 4 ＝ 96（または 100−4）…（24の倍数）
2不足させるために、これらの24の倍数から2を引くと、
　96 － 2 ＝ 94 …（24で割ると2不足する数）
　94 ＋24 ＝ 118…（次の24で割ると2不足する数）
したがって、100に最も近い整数は、94となる。

| 解答 | ９４ |
|---|---|